QUESTÃO 01

Considere $x = 2^{2018}$.

Com isso, a metade de x é: $\dfrac{2^{2018}}{2} = 2^{2017}$

Letra A

QUESTÃO 02

$n^{200} < 5^{300}$

$n^{200} < \left(5^{1,5}\right)^{200}$

$n^{200} < \left(5^{\frac{3}{2}}\right)^{200}$

$n^{200} < \left(\sqrt{125}\right)^{200}$

Como $125 < 144$, então:

$n < 11,18$

$n = 11$

Letra D

QUESTÃO 03

Tem-se que

$$\frac{2^{(x+y)^2}}{2^{(x-y)^2}} = 2^{(x+y)^2 - (x-y)^2} = 2^{(x+y+x-y).(x+y-x+y)} = 2^{4x.y} = 2^{28}$$

Letra D

QUESTÃO 04

$2^{19} \times 5^{15}$

$2^4 . 2^{15} \times 5^{15}$

16.10^{15}

17 algarismos

Letra A

QUESTÃO 05

$$\sqrt{\frac{2^{37}}{2^{35} + 2^{38} + 2^{39}}} = \sqrt{\frac{2^{37}}{2^{35}(1 + 2^3 + 2^4)}} = \sqrt{\frac{2^2}{25}} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

Letra C

QUESTÃO 06

•Potências na base 2 maiores que 55:

64;128;256;512;...

•Potências na base 3:

1;3;9;27;...

•Possibilidades que a diferença é 55:

64 - 9

$2^6 - 3^2 = 2^{2a} - 3^{2b}$

Logo:

$a = 3$ e $b = 1$

Consequentemente: $a + b = 4$

Letra A

QUESTÃO 07

Opções	$x^3 + y^3$	z^3	$z^3 - (x^3 + y^3)$
[A]	$1^3 + 2^3 = 9$	27	$27 - 9 = 18$
[B]	$2^3 + 2^3 = 16$	64	$64 - 16 = 48$
[C]	$2^3 + 2^3 = 16$	27	$27 - 16 = 11$
[D]	$2^3 + 3^3 = 35$	64	$64 - 35 = 29$
[E]	$1^3 + 2^3 = 9$	64	$64 - 9 = 55$

Portanto, na tripla da opção [C], o valor de $x^3 + y^3$ está mais próximo de z^3.

Letra C

QUESTÃO 08

A distância percorrida é dada por

$2 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 300000 \cong 1,89 \cdot 10^{13}\ \text{km} = 1,89 \cdot 10^{16}\ \text{m}.$

Em consequência, como $1,89 < \sqrt{10} \cong 3,16$, segue que a resposta é 10^{16}.

Letra E

QUESTÃO 09

$$\frac{18^n \cdot 4}{2 \cdot (6^n \cdot 3^n)} = \frac{18^n \cdot 4}{2 \cdot (6 \cdot 3)^n} = \frac{4}{2} = 2$$

Letra E

QUESTÃO 10

$A = 0,001/1000 + 8^{2/3} + \sqrt{25}$

$A = 0,000001 + \sqrt[3]{8^2} + 5$

$A = 0,000001 + 4 + 5$

$A = 9,000001.$

Letra E

QUESTÃO 11

O maior produto possível para os dois números escolhidos será: $5^8 \cdot 4^7 \cdot \left(5^8 \cdot 4^7 - 1\right) = 5^{16} \cdot 4^{14} - 5^8 \cdot 4^7$

O nº de dígitos necessários será o nº de algarismos de $5^{16} \cdot 4^{14} = 5^{16} \cdot \left(2^2\right)^{14} = 5^{16} \cdot 2^{28} = (5 \cdot 2)^{16} \cdot 2^{12} = 4096 \cdot 10^{16}$, ou seja, um número com $4 + 16 = 20$ dígitos.

Letra C

QUESTÃO 12

Seja n o número de acertos do aluno.

A cada acerto, o aluno fica com seus pontos multiplicados por $\frac{3}{2}$; e a cada erro, fica com seus pontos multiplicados por $\frac{1}{2}$. Desse modo, sabendo que o aluno ficou devendo 13 pontos, temos que

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-n} \cdot 256 = 243 \Leftrightarrow 3^n = 3^5 \Leftrightarrow n = 5.$$

Portanto, o aluno acertou 5 perguntas e errou $8 - 5 = 3$.

Letra B

QUESTÃO 13

A área da faixa de areia onde está sendo realizado o evento vale: $3000 \times 100 = 3000.000\ m^2$.

Supondo que cada metro quadrado comporta duas pessoas sentadas, segue que o número total de pessoas que podem assistir ao evento é:

$300000 \times 2 = 600.000 = 6{,}00 \times 10^5$.

Portanto, como $6{,}00 > \sqrt{10} \cong 3{,}16$, a ordem de grandeza pedida vale: $10^{5+1} = 10^6$.

Letra C

QUESTÃO 14

$$\frac{\left(2^{25}.8^{12}\right)^{100}.\left(3^{150}\right)^{40}.9^{50}}{4^2.81} = \frac{\left(2^{25}.\left(2^3\right)^{12}\right)^{100}.3^{6000}.\left(3^2\right)^{50}}{\left(2^2\right)^2.^34} \rightarrow$$

$$\frac{\left(2^{25}.2^{36}\right)^{100}.3^{6000}.3^{100}}{2^4.^34} = \frac{2^{6100}.3^{6100}}{2^4.3^4} = \frac{6^{6100}}{6^4} \rightarrow$$

$$6^{6100-4} = 6^{6096} \rightarrow \boxed{6096}$$

Letra D

QUESTÃO 15

Considere $x = 2^{21} + 4^{12} = 2^{21} + 2^{24}$.

Com isso, a metade de x é: $\frac{2^{21} + 2^{24}}{2} = 2^{20} + 2^{23}$.

Letra A

QUESTÃO 16

Transformando em 523.000 em potência de 10, temos:

$523.000 = 523 \times 1000 = 523 \times 10^3 = 52{,}3 \times 10^4$

Letra B

QUESTÃO 17

$$M = \frac{45.864}{360} y = \frac{36 \cdot 1274}{36 \cdot 2 \cdot 5} \cdot y = \frac{2 \cdot 7^2 \cdot 13}{2 \cdot 5} \cdot y = \frac{7^2 \cdot 13 \cdot y}{5}$$

Portanto, o menor valor de y para que M seja um quadrado perfeito será: $y = 13 \cdot 5 = 65$.

Letra C

QUESTÃO 18

A resposta é $43{,}18 = \frac{43{,}18}{10} \times 10 = 4{,}318 \times 10^1$.

Letra B

QUESTÃO 19

Do enunciado, o número de grãos a ser entregue pela vigésima casa seria $2^{20} = 1.048.576$ de grãos.
$1.000.000 < 1.048.576 < 10.000.000$

Assim, o número de grãos a ser entregue pela 20° casa seria maior que 1.000.000 e menor que 10.000.00.

Letra D

QUESTÃO 20

$$\left.\begin{array}{l} 6^2 = 36 \\ 6^3 = 216 \\ 6^4 = 1296 \\ 6^5 = 7776 \\ 6^{10} = 7776 \cdot 7776 = 60466176 \end{array}\right\} \Rightarrow 6^{2015} \div 10 \Rightarrow \text{resto } 6$$

Letra C

QUESTÃO 21

Escrevendo as potências de 2, tem-se:

$$\left.\begin{array}{l} 2^{11} = 2048 \\ 2^{12} = 4096 \end{array}\right\rangle \Rightarrow 2048 < 2560 < 4096$$

Assim, seriam necessários no mínimo 12 bits em um byte.

Letra B

QUESTÃO 22

$43.000.000 = 4{,}3.10^7$
$0{,}00000005 = 5{,}0.10^{-8}$

Letra B

QUESTÃO 23

Tomando um quadro qualquer, e sendo ζ o número da célula central nesse quadro, é fácil ver que os números das outras duas células são $\zeta - 1$ e $\zeta + 1$.

Portanto, se $\zeta = 2^{2013}$, então

$$\begin{aligned}(\zeta - 1)(\zeta + 1) &= \zeta^2 - 1 \\ &= (2^{2013})^2 - 1 \\ &= 2^{4026} - 1.\end{aligned}$$

Letra E

QUESTÃO 24

Alex afirma que o número é múltiplo de 8.
VERDADE, pois é possível colocar 8 em evidência:
$2^{50} + 4^{20} = 2^{50} + (2^2)^{20} = 2^{50} + 2^{40}$
$2^{3+47} + 2^{3+37} = 2^3.2^{47} + 2^3.2^{37} = 2^3.(2^{47} + 2^{37}) = 8.Y$
A metade de N seria:
$$\frac{2^{50} + 2^{40}}{2} = \frac{2^{50}}{2} + \frac{2^{40}}{2} = 2^{49} + 2^{39}$$
Logo a afirmativa de Beatriz está é FALSA.
A afirmativa de Camila é verdade, pois 2^{50} e 2^{40} são pares e a soma de dois números é par.

Letra C

QUESTÃO 25

$N = 5{,}2.10^6.5{,}0.10^3 = 26.10^9 = 2{,}6.10^{10}$
Letra D

QUESTÃO 26

$$x = \frac{125 \times 10^2 \times 10^9 \times 10^9 g \times 6 \times 10^{-4} \times 10^{-9} g}{12 \times 10^{-6} \times 10^{12} g} = \frac{125 \times 6 \times 10^7}{12 \times 10^6} = 62{,}5 \times 10 = 625g$$

Portanto, $500 < X < 1000$.

Letra B

QUESTÃO 27

O quadrado perfeito mais próximo de 21 é 25.
Logo N=21 e Q=25.

$$\sqrt{21} = \frac{21+25}{2.\sqrt{25}} = \frac{46}{2.5} = \frac{46}{10} = 4{,}6$$

Letra B

QUESTÃO 28

Todas as potências com expoentes naturais de nove terminam em nove quando o expoente é ímpar e em 1 quando o expoente é par, da mesma forma todas as potências com expoentes naturais de quatro terminam em quatro quando o expoente é ímpar e em seis quando o expoente é par.
Concluímos então que o último algarismo de 9^{99} é 9 e o último algarismo de 4^{44} é 6, portanto a diferença entre eles é 3.

Letra C

QUESTÃO 29

Lembrando que a função logarítmica é crescente, então:
$\log(2^{100}) = 100.\log 2 = 100.0{,}301 = 30{,}1$
$\log(3^{75}) = 75.\log 3 = 75.0{,}477 = 35{,}8$
$\log(5^{50}) = 50.\log 5 = 50.0{,}699 = 35{,}0$

Letra B

QUESTÃO 30

$$\begin{array}{r|l} 1728 & 3 \\ 576 & 3 \\ 192 & 3 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{array} \rightarrow 3^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \rightarrow \sqrt[3]{1728} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2^3 \cdot 2^3} = 12$$

Letra B

QUESTÃO 31

$149.600.000\text{km} = 149.600.000.000\text{m} = 1{,}496 \cdot 10^{11}$

Letra B

QUESTÃO 32

$$d = \frac{3.2^{n-2}+4}{10}$$

$$d = \frac{3.2^{9-2}+4}{10}$$

$$d = \frac{3.2^{7}+4}{10} = 38{,}8$$

$30 \rightarrow 100\%$
$8{,}8 \rightarrow X$
$X = 29{,}3\%$

Letra A

QUESTÃO 33

$$\left(\sqrt[3]{9} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right).\left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{24}\right) = \left(\frac{\sqrt[3]{27}+1}{\sqrt[3]{3}}\right).\left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3.8}\right) =$$
$$= \left(\frac{\sqrt[3]{3^3}+1}{\sqrt[3]{3}}\right).\left(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{3}.\sqrt[3]{8}\right) = \left(\frac{3+1}{\sqrt[3]{3}}\right).\sqrt[3]{3}.\left(1 + \sqrt[3]{2^3}\right) =$$
$$= \frac{4}{\sqrt[3]{3}}.\sqrt[3]{3}\,(1+2) = 4.3 = 12$$

Letra D

QUESTÃO 34

$$\frac{\mathbf{2}}{\sqrt[3]{\mathbf{4}}} = \frac{\mathbf{2}}{\sqrt[3]{\mathbf{2^2}}} = \frac{\mathbf{2^1}}{\mathbf{2^{2/3}}} = \mathbf{2^{1-2/3}} = \mathbf{2^{1/3}} = \sqrt[3]{\mathbf{2}}$$

Letra D

QUESTÃO 35

$$\sqrt{0{,}111\ldots} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$$

Letra C

QUESTÃO 36

$$\mathrm{a^b = b^a} \rightarrow \mathrm{a^{9.a} = (9.a)^a} \rightarrow \mathrm{a^9 = 9.a} \rightarrow$$
$$\frac{\mathrm{a^9}}{\mathrm{a}} = 9 \rightarrow \mathrm{a^8} = 3^2 \rightarrow \mathrm{a} = \sqrt[8]{3^2} = \sqrt[4]{3}$$

Letra E

QUESTÃO 37

I – VERDADEIRA

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \sqrt{3}.\sqrt{3} = 1.3 = 3$$

II – VERDADEIRA

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1 \rightarrow (\sqrt{2}+1).(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 1$$

III – VERDADEIRA

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2} \rightarrow \sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

IV – VERDADEIRA

$$(a-b).(a^2 + a.b + b^2) = a^3 - b^3$$
$$\left(\sqrt[3]{2}-1\right) = \left(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1\right) = \sqrt[3]{8} - 1 = 2 - 1 = 1$$

Letra A

QUESTÃO 38

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2+x}} = 1 + \frac{1}{\frac{4+2.x+1}{2+x}} = 1 + \frac{1}{\frac{5+2.x}{2+x}}$$

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{2+x}{5+2.x} = \frac{5+2.x+2+x}{5+2.x} = \frac{7+3.x}{5+2.x}$$
$$7 + 3.x = \sqrt{2}.(5+2.x)$$
$$3.x - 2.\sqrt{2}.x = 5.\sqrt{2} - 7$$
$$x = \frac{5.\sqrt{2}-7}{3-2.\sqrt{2}} = \left(\frac{5.\sqrt{2}-7}{3-2.\sqrt{2}}\right).\left(\frac{3+2.\sqrt{2}}{3+2.\sqrt{2}}\right)$$
$$x = \frac{15.\sqrt{2}+20-21-14.\sqrt{2}}{9-8} = \sqrt{2}-1$$

Letra A

QUESTÃO 39

Lembrando que:

$\sqrt{A+\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} + \sqrt{\frac{A-C}{2}}$, onde $C = \sqrt{A^2 - B}$

Na questão temos A = 7 e B = 24.

$C = \sqrt{7^2 - 24} = \sqrt{49-24} = \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{7+\sqrt{24}} = \sqrt{\frac{7+5}{2}} + \sqrt{\frac{7-5}{2}} = \sqrt{6} + 1$

Letra A

QUESTÃO 40

I – VERDADEIRA

$\sqrt[3]{2} < \sqrt[4]{3}$

$\left(\sqrt[3]{2}\right)^{12} < \left(\sqrt[4]{3}\right)^{12}$

$2^4 = 16 < 3^3 = 27$

II – VERDADEIRA

É possível mostrar que a diferença $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ se torna cada vez menor com o aumento de n.

Logo, $\sqrt{20} - \sqrt{19} > \sqrt{99} - \sqrt{98}$

III – FALSA

Pois, $\sqrt{2018} - \sqrt{2017} > \sqrt{2019} - \sqrt{2018}$

Letra A

QUESTÃO 41

Temos que $(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$

$\sqrt{(2+\sqrt{3})}.\sqrt{(2-\sqrt{3})} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4-3} = 1$

Letra A

QUESTÃO 42

Lembrando que:

$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}$, onde $C = \sqrt{A^2 - B}$

$= \sqrt{32 \pm 10.\sqrt{7}} = \sqrt{32 \pm \sqrt{700}}$

$C = \sqrt{32^2 - 700} = \sqrt{1024 - 700} = \sqrt{324} = 18$

$= \sqrt{\frac{32+18}{2}} \pm \sqrt{\frac{32-18}{2}}$

$= \sqrt{25} \pm \sqrt{7} = 5 \pm \sqrt{7}$

Logo a soma vale: $(5+\sqrt{7}) + (5-\sqrt{7}) = 10$

Letra C

QUESTÃO 43

$\sqrt{68^2 - 32^2} = \sqrt{(68+32).(68-32)} = \sqrt{100.36} = 60$

Letra D

QUESTÃO 44

Se um número é o inverso multiplicativo do outro, então o produto deles vale 1. O inverso multiplicativo de A é 1/A.

$(7+\sqrt{x}).(7-\sqrt{x}) = 1 \rightarrow 49 - x = 1 \rightarrow x = 48$

$\sqrt{x+1} = \sqrt{48+1} = \sqrt{49} = 7$

Letra A

QUESTÃO 45

Lembrando que $(a+b)^2 = a^2 + 2.a.b + b^2$.

$\left(x.\sqrt{\frac{y}{x}} + y.\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^2 = \frac{x^2.y}{x} + 2.x.y.\sqrt{\frac{x.y}{y.x}} + \frac{y^2.x}{y} =$

$= x.y + 2.x.y + x.y = 4.x.y$

Letra C

QUESTÃO 46

Vamos tomar 123456 = x e 123457 = x + 1.

Ficamos com:

$\sqrt{x^2 + x + x + 1} = \sqrt{x^2 + 2.x + 1} = \sqrt{(x+1)^2} = x + 1$

Logo a resposta é 123457.

Letra A

QUESTÃO 47

O maior produto possível para os dois números escolhidos será: $5^8 \cdot 4^7 \cdot \left(5^8 \cdot 4^7 - 1\right) = 5^{16} \cdot 4^{14} - 5^8 \cdot 4^7$

O nº de dígitos necessários será o nº de algarismos de $5^{16} \cdot 4^{14} = 5^{16} \cdot \left(2^2\right)^{14} = 5^{16} \cdot 2^{28} = (5 \cdot 2)^{16} \cdot 2^{12} = 4096 \cdot 10^{16}$, ou seja, um número com $4 + 16 = 20$ dígitos.

Letra C

QUESTÃO 49

$S = 0{,}12.\sqrt[3]{m^2}\ (70kg \approx 64kg)$

$S = 0{,}12.\sqrt[3]{70^2} \rightarrow S = 0{,}12.\sqrt[3]{64^2}$

$S = 0{,}12.4^2 = 1{,}92 \approx 2\ m^2$.

Letra C

QUESTÃO 50

$a.\sqrt{(a^2 + 2.b^2)} = b.\sqrt{(9.a^2 - b^2)}$

Elevando ao quadrado.

$a^2.(a^2 + 2.b^2) = b^2.(9.a^2 - b^2)$

$a^4 + 2.a^2.b^2 = 9.a^2.b^2 - b^4$

$a^4 - 7.a^2.b^2 - b^4 = 0$

Dividindo por $a^2.b^2$.

$\frac{a^2}{b^2} - 7 + \frac{b^2}{a^2} = 0$

Tomando x = a/b.

$x^2 - 7 + \frac{1}{x^2} = 0 \rightarrow x^4 - 7.x^2 + 1 = 0$

Resolvendo a equação, obtemos uma raiz $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

Letra E