TRIGONOMETRIA – PARTE 2

QUESTÃO 01

Maior valor (cos (0,06t) = -1)

$$\Rightarrow r(t) = \frac{5865}{1+0{,}15.(-1)} = 6900$$

Menor valor (cos(0,06t) = 1)

$$\Rightarrow r(t) = \frac{5865}{1+0{,}15.(1)} = 5100$$

Somando, temos:

6900 + 5100 = 12000

LETRA B

QUESTÃO 02

P = $\frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{3}$

LETRA B

QUESTÃO 03

Queremos calcular $f(1)+f(2)+f(3)$.

$$f(1) = 100 + 0{,}5 \cdot 1 + 3 \cdot \text{sen}\frac{\pi \cdot 1}{6} = 100{,}5 + 3 \cdot 0{,}5 = 102.$$

$$f(2) = 100 + 0{,}5 \cdot 2 + 3 \cdot \text{sen}\frac{\pi \cdot 2}{6} = 101 + 3 \cdot 0{,}85 = 103{,}55.$$

$$f(3) = 100 + 0{,}5 \cdot 3 + 3 \cdot \text{sen}\frac{\pi \cdot 3}{6} = 101{,}5 + 3 \cdot 1 = 104{,}5.$$

Portanto,

$f(1)+f(2)+f(3) = 102 + 103{,}55 + 104{,}5 = 310{,}05.$

LETRA D

QUESTÃO 04

De acordo com o gráfico, temos a = $\frac{120-20}{2} = 50$

D = 120 – 50 = 70

$$\frac{2\pi}{c} = 12 \Leftrightarrow c = \frac{\pi}{6}$$

Logo, Q(t) =50. sen(b + $\frac{\pi}{6}$.t) + 70, substituindo o ponto (2 , 120) na função, temos:

$$120 = 50.\text{sen}(b + \frac{\pi.2}{6}) + 70 \Leftrightarrow b = \frac{\pi}{6}.$$

LETRA C

QUESTÃO 05

Como a função $y = 10\cos(4t)$ é da forma $y = a \cdot \cos(m \cdot t)$, segue que seu período é dado por $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

A imagem da função é o intervalo $10 \cdot [-1, 1] = [-10, 10]$. Portanto, a amplitude do movimento é 10 cm.

LETRA A

QUESTÃO 06

Do gráfico, temos que a imagem da função V é o intervalo $[-3, 5]$. Logo:

$$[-\alpha + \gamma, \alpha + \gamma] = [-3, 5] \Leftrightarrow \alpha = 4 \text{ e } \gamma = 1.$$

Além disso, como o período é 4 e V é crescente no 1º quadrante, segue que:

$$4 = \frac{2\pi}{|\beta|} \Rightarrow \beta = \frac{\pi}{2}.$$

Portanto, $\alpha \times \beta \times \gamma = 4 \times \frac{\pi}{2} \times 1 = 2\pi.$

LETRA D

QUESTÃO 07

Sabendo que $\cos(k \cdot 2\pi + \alpha) = \cos\alpha$, com $k \in \mathbb{Z}$, $\alpha \in]0, 2\pi[$ e $\cos(\pi - \beta) = -\cos\beta$, sendo β um arco do segundo quadrante, obtemos:

$$\begin{aligned}
\cos\left(\frac{a_{22} - a_{21}}{a_{33}}\pi\right) &= \cos\left(\frac{12 - 2{,}4}{1{,}44}\pi\right) \\
&= \cos\left(\frac{9{,}60\pi}{1{,}44}\right) \\
&= \cos\left(\frac{20\pi}{3}\right) \\
&= \cos\left(6\pi + \frac{2\pi}{3}\right) \\
&= \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\
&= -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \\
&= -\frac{1}{2}.
\end{aligned}$$

LETRA A

QUESTÃO 08

Se t = 0, temos A(0) = 1,6 – 1,4.sen0 = 1,6;

Se t = 3, temos A(3) = 1,6 – 1,4.sen$\left(\frac{\pi}{2}\right)$ = 0,2;

Se t = 6, temos A(6) = 1,6 – 1,4.sen π = 1,6;

Se t = 9 temos, A(9) = 1,6 – 1,4.sen$\left(\frac{3.\pi}{2}\right)$ = 3,0.

LETRA A

QUESTÃO 09

$$A = \frac{b.h}{2} = \frac{2.\text{sen}\alpha.\cos\alpha}{2} = \text{sen}\alpha.\cos\alpha$$

LETRA C

QUESTÃO 10

O afastamento vertical da partícula, em relação à posição inicial, após meio segundo, é:

$$\begin{aligned} s\left(\frac{1}{2}\right) - s(0) &= 10 + \frac{1}{4}\text{sen}\left(10\pi \cdot \frac{1}{2}\right) - \left[10 + \frac{1}{4}\text{sen}(10\pi \cdot 0)\right] \\ &= 10 + \frac{1}{4}\text{sen}(5\pi) - 10 - \frac{1}{4}\text{sen}0 \\ &= 0. \end{aligned}$$

LETRA A

QUESTÃO 11

Dentre as funções apresentadas nas alternativas, $I(t) = 30 + 10\cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ é a única cujo conjunto imagem é o intervalo $[20, 40]$. De fato,

$\text{Im} = 30 + 10 \cdot [-1, 1] = [30 - 10, 30 + 10] = [20, 40].$

LETRA B

QUESTÃO 12

Lembrando que uma função está bem definida apenas quando são fornecidos o domínio, o contradomínio e a lei de associação, vamos supor que o domínio seja o conjunto dos números reais, e que o contradomínio seja o intervalo $[-1, 5]$.

Desse modo, como a imagem da função seno é o intervalo $[-1, 1]$, deve-se ter

$A + B[-1, 1] = [-1, 5] \Rightarrow [A - B, A + B] = [-1, 5].$

Os únicos valores de A e de B que satisfazem a igualdade são $A = 2$ e $B = 3$. Por conseguinte, $A \cdot B = 2 \cdot 3 = 6.$

LETRA A

QUESTÃO 13

Se $\text{sen}\, x = 1$, então $f(x) = 2^1 + 1 = 3$ (maior valor).

Se $\text{sen}\, x = -1$, então $f(x) = 2^{-1} + 1 = \frac{3}{2}$ (menor valor).

Logo, o produto pedido será $3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2} = 4{,}5.$

LETRA A

QUESTÃO 14

A temperatura média máxima ocorre quando

$$\begin{aligned} \text{sen}\left(\frac{2\pi(t-105)}{364}\right) = 1 &\Leftrightarrow \text{sen}\left(\frac{2\pi(t-105)}{364}\right) = \text{sen}\frac{\pi}{2} \\ &\Leftrightarrow \frac{2\pi(t-105)}{364} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ &\Leftrightarrow t - 105 = 91 + 364k \\ &\Leftrightarrow t = 196 + 364k,\ k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Assim, tomando $k = 0$, concluímos que a temperatura média máxima ocorre 196 dias após o início do ano, ou seja, no mês de julho.

LETRA A

QUESTÃO 15

Reescrevendo a equação da onda, temos $y = a \cdot \text{sen}(bx + bc)$. Logo, o período da onda é dado por $\frac{2\pi}{b}$, dependendo, portanto, apenas do parâmetro b.

LETRA B

QUESTÃO 16

O período da função é dado por: $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 12\text{ h}.$

A temperatura máxima ocorre quando $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right)$ atinge seu valor máximo, ou seja, quando $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. Logo, tem-se que o resultado é $T_{máx} = 24 + 3 \cdot 1 = 27\ °C.$

Queremos calcular o menor valor positivo de t para o qual se tem $\cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$. Assim,

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 &\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \cos 0 \\ &\Rightarrow \frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3} = 0 + 2k\pi \\ &\Rightarrow t = 12k - 2,\ k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Tomando $k = 1$, segue-se que $t = 10\text{ h}$ e, portanto, o horário em que ocorreu essa temperatura máxima foi às $5 + 10 = 15\text{ h}$.

LETRA C

QUESTÃO 17

O período P da função dada será dada por:

$$P = \frac{2\pi}{\left|\frac{2\pi}{5}\right|} = 5$$

LETRA C

QUESTÃO 18

O período de f_1 igual a $(2 + 2\pi) - 2 = 2\pi$. Logo, temos $c = 1$. Além disso, o gráfico de f_1 corresponde ao gráfico de $f(x) = a + b \cdot \operatorname{sen} x$ deslocado duas unidades para a direita. Em consequência, vem $d = -2$.

O conjunto imagem de f_1 é o intervalo $[2, 4]$. Desse modo, temos

$[a - b;\, a + b] = [2, 4] \Leftrightarrow a = 3 \text{ e } b = 1.$

Portanto, segue que $f_1(x) = 3 + \operatorname{sen}(x - 2)$, com $x \in [2, 2 + \pi]$.

É fácil ver que $f_2(x) = f_1(-x)$. Logo, vem $f_2(x) = 3 + \operatorname{sen}(-x - 2) = 3 - \operatorname{sen}(x + 2)$.

Ademais, temos $f_3(x) = -f_2(x) = -3 + \operatorname{sen}(x + 2)$ e $f_4(x) = -f_1(x) = -3 - \operatorname{sen}(x - 2)$.

LETRA D

QUESTÃO 19

A pressão mínima é igual a $100 - 20 = 80$, ocorrendo quando $\cos(6t + \pi) = -1$, e a máxima é igual a $100 + 20 = 120$, ocorrendo $\cos(6t + \pi) = 1$.

Ademais, sendo $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\,s$ o período, segue que a frequência de batimentos cardíacos por minuto da pessoa é

$$\frac{60}{\frac{\pi}{3}} = \frac{180}{\pi} \cong \frac{180}{\frac{60}{19}} = 57.$$

LETRA A

QUESTÃO 20

[I] Verdadeira. A frequência cardíaca em segundos:

$\frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\frac{8\pi}{3}}\right)} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$, em minutos basta $P(2) = 100 - 20 \cdot \left(\cos \frac{8\pi}{3} \cdot 2\pi\right)$ multiplicar por 60, o que resulta em 80 batimentos por minuto.

[II] Verdadeira. Pois

$$\begin{aligned} P(2) &= 100 - 20 \cdot \left(\cos \frac{8\pi}{3} \cdot 2\right) = \\ &= 100 - 20 \cdot \left(\cos \frac{16\pi}{3}\right) = \\ &= 100 - 20 \cdot \left(\cos\left(2 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}\right)\right) = \\ &= 100 - 20 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \\ &= 110\,\text{mmHg}. \end{aligned}$$

[III] Falsa. A amplitude da função é de 20mmHg.

LETRA B

QUESTÃO 21

$f(0) = 5 \Rightarrow a + b \cdot \cos 0 = 5 \Rightarrow a + b = 5$

$f(\pi) = 1 \Rightarrow a + b \cdot \cos \pi = 1 \Rightarrow a - b = 1$

Resolvendo o sistema temos a = 3 e b = 2.

Portanto, $a \cdot b = 6.$

LETRA D

QUESTÃO 22

Substituindo os valores na equação por $26°C$ pela manhã, às 6h e $18°C$ às 18h, tem-se:

$$T(h) = A + B \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{12}(h - 12)\right)$$

$$T(6) = 26 = A + B \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{12}(6 - 12)\right) \to 26 = A + B \operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) \to 26$$

$$T(18) = 18 = A + B \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{12}(18 - 12)\right) \to 18 = A + B \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) \to 18$$

$$\begin{cases} A - B = 26 \\ A + B = 18 \end{cases}$$

$2A = 44 \to A = 22 \to B = -4$

LETRA B

QUESTÃO 23

Como a velocidade é constante depois que o ponto A atingir a altura máxima, por exemplo, leva mais três segundos para retornar a esta posição, isto nos mostra que a função é periódica, cujo período é de $3\,s$. O conjunto Imagem é formado pela menor e maior alturas alcançadas pelo ponto A, ou seja, $[0, 1]$.

LETRA B

QUESTÃO 24

Somente o primeiro gráfico apresenta as características da função $f(x) = -2\,\text{sen}\,3x$: amplitude 2, início decrescente e na origem.

LETRA A

QUESTÃO 25

O valor máximo para $f(x)$ ocorre quando:

$$\frac{\pi \cdot x}{3} = 0 + k \cdot 2\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

O valor mínimo ocorre quando:

$$\frac{\pi \cdot x}{3} = \pi + k \cdot 2\pi \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 3 \\ k = 1 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$$

Portanto, $f(x)$ atingirá seu valor mínimo em apenas duas ocasiões.

LETRA B

QUESTÃO 26

A função f é do tipo $f(t) = a + b\,\text{sen}(mt)$. Logo, sendo $f(0) = 88$, temos $a = 88$. Ademais, pelo gráfico, sabemos que o período de f é 2π e, portanto, vem $m = 1$.

Finalmente, como $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 168$, obtemos

$168 = 88 + b \Leftrightarrow b = 80$.

A resposta é $f(t) = 88 + 80\,\text{sen}\,t$.

LETRA A

QUESTÃO 27

Se $\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi$, então x é um ângulo entre 270 e 360 graus, com tangente negativa. Calculando:

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \text{sen}^2 x = 1 - \frac{4}{9} \Rightarrow \text{sen}\,x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\text{tg}\,x = -\left(\frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{3}{2}\right) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

LETRA B

QUESTÃO 28

LETRA A

QUESTÃO 29

No primeiro quadrante, senx > 0, logo:

$\text{sen}^2x = 1 - \cos^2x = 1 - 9/25 = 16/25$

senx = 4/5

tgx = senx/cosx = 4/3

LETRA A

QUESTÃO 30

Teste as alternativas.

LETRA D

QUESTÃO 31

A função assume valor máximo em $\pi/2$ pela primeira vez. Logo:

$$\frac{\pi.t}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow t = 2 \text{ anos}$$

LETRA B

QUESTÃO 32

LETRA E

QUESTÃO 33

É possível perceber que g(x) = senx.

Logo:

$$g\left(\frac{4.\pi}{3}\right) = g(240^0) = \text{sen}240^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

LETRA A

QUESTÃO 34

cos(2.x) = 4.cosx

$2.\cos^2x - 1 = 4.\cos x$

$2.\cos^2x - 4.\cos x - 1 = 0$

Resolvendo e tomando a raiz negativa (veja o gráfico), teremos:

$$\cos x = 1 - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

LETRA E

QUESTÃO 35

O período da função é 60 dias.

LETRA C

QUESTÃO 36

janeiro (x = 1), N(1) = 126

março (x = 3), N(3) = 153

maio (x = 5), N(5) = 180

julho (x = 7), N(7) = 234

126 + 153 + 180 + 234 = 693

LETRA A

QUESTÃO 37

Basta procurer uma função seno de período 5 e amplitude 0,6.

LETRA D

QUESTÃO 38

Tomando t = 0, Z(0) = 850

LETRA A

QUESTÃO 39

Veja a solução da questão 31.

LETRA A

QUESTÃO 40

$0{,}8\text{sen}\left[\frac{2.\pi}{360}.(t-101)\right] + 2{,}7 = 3{,}10$

$0{,}8\text{sen}\left[\frac{2.\pi}{360}.(t-101)\right] = 0{,}4$

$\text{sen}\left[\frac{2.\pi}{360}.(t-101)\right] = 0{,}4/0{,}8$

$\text{sen}\left[\frac{2.\pi}{360}.(t-101)\right] = 0{,}5$

$\left[\frac{2.\pi}{360}.(t-101)\right] = \frac{\pi}{6}$

$t - 101 = 30$

$t = 131$

LETRA B

QUESTÃO 41

O cosα é máximo quando α assume valor 2.k. π.

Logo:

$\frac{\pi}{3}.x - \frac{2.\pi}{3} = 2.k.\pi$

$\frac{1}{3}.x - \frac{2}{3} = 2.k$

$x - 2 = 6.k$

$x = 2 + 6.k$

Como x está entre 0 e 10, inclusive, teremos x = 2 e x = 8

f(2) = 13 e f(8) = 19

8 e 19 é uma das possibilidades.

LETRA A

QUESTÃO 42

As temperaturas são extremas quando o seno assume os valores 1 e -1. Logo teremos as temperaturas máximas e mínimas com valores iguais a 37 + 25 = 62 e 37 – 25 = 12. A amplitude será 62 – 12 = 50.

LETRA A

QUESTÃO 43

O volume é extremo quando o seno assume os valores 1 e -1.

LETRA C

QUESTÃO 44

LETRA C

QUESTÃO 45

LETRA A

QUESTÃO 46

O máximo da função é 3 e o período é:

$\frac{2.\pi}{\frac{\pi}{4}} = 8$

Logo a área máxima é $\frac{3.8}{2}$=12.

LETRA A

QUESTÃO 47

$f(x) = \frac{1}{2}.[\text{sen}x + \cos x - \text{sen}(-x) - \cos(-x)]$

$f(x) = \frac{1}{2}.[\text{sen}x + \cos x + \text{sen}x - \cos x]$

$f(x) = \frac{1}{2}.[2.\text{sen}x] = \text{sen}x$

LETRA E

QUESTÃO 48

O máximo da função acontece quando o cosseno assume o valor -1, ou seja, quando o arco mede π.

$\frac{\pi}{12}.t - \frac{\pi}{4} = \pi$

$\frac{1}{12}.t - \frac{1}{4} = 1$

$t - 3 = 12 \;\rightarrow t = 15 \text{ horas}$

LETRA C

QUESTÃO 49

f(1) = 102

f(2) = 103,55

f(3) = 104,5

f(1) + f(2) + f(3) = 310,05

LETRA D

QUESTÃO 50

LETRA B