

GEOMETRIA ESPACIAL – Pirâmides e Cones

QUESTÃO 01

A peça final que contém o vértice P é uma pirâmide cuja base é um quadrado de lado $12/2 = 6$ cm e cuja altura mede 12 cm. Portanto, o volume pedido é igual a: $\frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 12 = 144$

Letra A

QUESTÃO 02

Seja l a medida da aresta do tetraedro ABCD. Desde que os triângulos ABC e ABD são equiláteros, e M é o ponto médio de AB, tem-se que $\overline{CM} = \overline{DM} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$. Daí, sendo $\overline{CD} = l$, concluímos que

$$\overline{CD}^2 < \overline{CM}^2 + \overline{DM}^2 \Leftrightarrow l^2 < \left(\frac{l\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{l\sqrt{3}}{2}\right)^2 \quad \text{ou}$$

$$\Leftrightarrow l^2 < \frac{3l^2}{2},$$

seja, o triângulo MCD é isósceles acutângulo.

Letra E

QUESTÃO 03

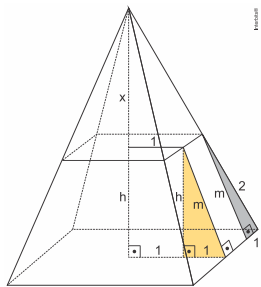
A área da base de cada tetraedro corresponde à metade da área do quadrado base, isto é, $\frac{1}{2} \cdot 40^2 = 800 \text{ cm}^2$. Portanto, como são $2 \cdot 16 = 32$ tetraedros, segue o volume de líquido necessário para encher todo o quadro é:

$$32 \cdot \frac{1}{3} \cdot 800 \cdot 6 = 51.200 \text{ cm}^3 \cong 51 \text{ L.}$$

Letra D

QUESTÃO 04

O sólido descrito é um tronco de Pirâmide.



Calculando a medida m, temos:

$$m^2 + 1^2 = 2^2 \Rightarrow m = \sqrt{3}$$

Calculando, agora, a medida h.

$$h^2 + 1^2 = \sqrt{3}^2 \Rightarrow h = \sqrt{2}$$

Por semelhança encontramos o valor de x:

$$\frac{x}{x + \sqrt{2}} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = \sqrt{2}$$

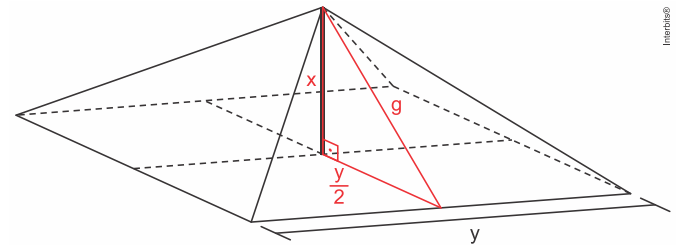
O volume do sólido será a diferença entre o volume da pirâmide maior e o volume da pirâmide menor.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{2} - \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{28\sqrt{2}}{3}$$

Letra B

QUESTÃO 05

Calculando:



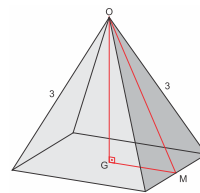
$$g^2 = x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 \Rightarrow g = \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$$

$$S_{\text{lateral}} = \frac{4 \cdot (y \cdot g)}{2} \Rightarrow S_{\text{lateral}} = 2y \cdot \left(\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}\right)$$

Letra A

QUESTÃO 06

Calculando:



$$l = 3$$

$$OM = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$GM = \frac{3}{2}$$

$$(OG)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow OG = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

Letra D

QUESTÃO 07

$$\frac{V_M}{V_m} = \left(\frac{H}{h}\right)^3 \Rightarrow \frac{V_M}{\frac{27}{8}V_M} = \left(\frac{21}{h}\right)^3 \Rightarrow \frac{27}{8} = \left(\frac{21}{h}\right)^3 \Rightarrow \frac{21}{h} = \frac{3}{2} \Rightarrow h = 14$$

Portanto, a distância solicitada é:

$$d = H - h \Rightarrow d = 21 - 14 \Rightarrow d = 7 \text{ (Número primo)}$$

Letra B

QUESTÃO 08

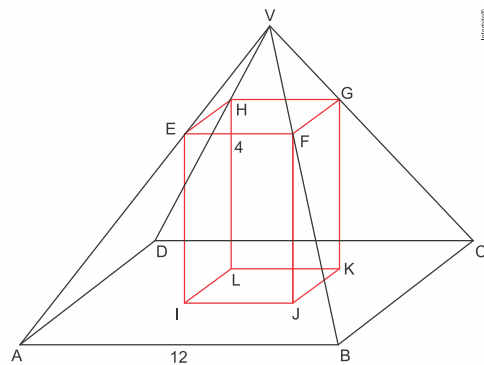
Total de faces = 17 \Rightarrow $\begin{cases} 1 \text{ face superior} \\ 1 \text{ face inferior} \\ 15 \text{ faces laterais} \end{cases} \Rightarrow$ possuí 15 arestas na base

Portanto, como será construído uma pirâmide teremos 15 arestas laterais também.

Logo, 15 arestas na base + 15 arestas laterais = 30 arestas.

Letra C

QUESTÃO 09



VEFGH ~ ABCD \Rightarrow razão semelhança \Rightarrow

$$k = \frac{EF}{BA} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{altura} \Rightarrow \frac{15 - h}{15} = \frac{1}{3} \Rightarrow 45 - 3h = 15 \Rightarrow h = 10$$

$$V_{\text{peça}} = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 15 - 4 \cdot 4 \cdot 10 = 560 \text{ cm}^3$$

Letra A

QUESTÃO 10

Calculando:

$$V_{\text{prisma}} = \frac{6 \cdot 4}{2} \cdot 3 = 36 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \cdot b^2 \cdot 4 = 36 \Rightarrow b^2 = 27 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

Letra D

QUESTÃO 11

$$V = \frac{1}{3} \cdot (2,2 \cdot 10^2)^2 \cdot 1,4 \cdot 10^2 = \frac{(2,2)^2 \cdot 1,4 \cdot 10^6}{3} = \frac{6,78 \cdot 10^6}{3} = 2,26 \cdot 10^6$$

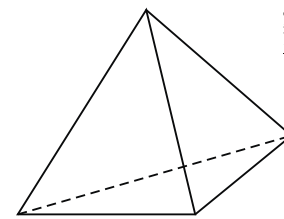
$$1,88 \cdot 10^4 \text{ ----- } 60 \text{ dias}$$

$$2,26 \cdot 10^6 \text{ ----- } x$$

$$x = \frac{2,26 \cdot 60 \cdot 10^6}{1,88 \cdot 10^4} = 1,2 \cdot 60 \cdot 10^2 = 7200 \text{ dias} = 20 \text{ anos.}$$

Letra A

QUESTÃO 12



$$S_1 = S_2$$

A figura 2 é um tetraedro regular, sua superfície é formada por 4 triângulos equiláteros.

Portanto, as áreas das figuras 1 e 2 são iguais

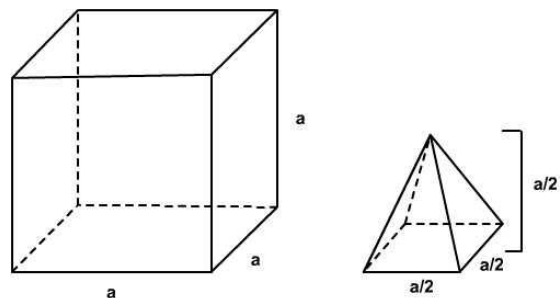
Letra D

QUESTÃO 13

$$\text{Volume do cubo} = a^3$$

$$\text{Volume da pirâmide} = \frac{1}{3} \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{24}$$

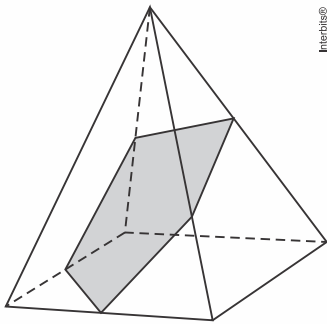
$$\text{Número de moldes} = \frac{\text{Volume do cubo}}{\text{Volume da pirâmide}} = \frac{a^3}{\frac{a^3}{24}} = 24$$



Letra C

QUESTÃO 14

Apenas a alternativa [C] reflete a figura a seguir.

**Letra C****QUESTÃO 15**

Como o apótema da base é 5 cm, o lado da base mede 10 cm e por Pitágoras, a altura da face triangular é 13 cm.

$$A = l^2 + 4 \cdot \frac{l \cdot h}{2} = 10^2 + 4 \cdot \frac{10 \cdot 13}{2} = 360 \text{ cm}^2$$

$$\frac{400 - 360}{400} = 0,10 = 10\%$$

Letra E**QUESTÃO 16**

$$V = \frac{l^2 \cdot h}{3} = \frac{100^2 \cdot 100}{3} = \frac{1.000.000}{3} \text{ m}^3$$

$$\frac{1.000.000}{3} \times \frac{1}{1000} \times 54 \times \frac{1}{360} = 50 \text{ anos}$$

Letra B**QUESTÃO 17**

São 3 triângulos escuros em cada face de um total de 9 triângulos.

$$A = 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{t^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{t^2 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

Letra B**QUESTÃO 18**

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{V_{\text{cubo}}}{3} \rightarrow V_{\text{cubo}} = 18 \text{ m}^3$$

Letra D**QUESTÃO 19**

$$A = 2 \cdot \frac{k \cdot k}{2} + 2 \cdot \frac{k \cdot k \cdot \sqrt{2}}{2} = k^2 \cdot (1 + \sqrt{2})$$

$$k^2 \cdot (1 + \sqrt{2}) = 4 \cdot (1 + \sqrt{2}) \rightarrow k = 2$$

$$V = \frac{2}{3} \cdot k^3 = \frac{16}{3}$$

Letra E**QUESTÃO 20**

$$V = \frac{\sqrt{2} \cdot a^3}{3} = 72 \cdot \sqrt{2} \rightarrow a = 6 \text{ cm}$$

Letra D**QUESTÃO 21**

$$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 4 = 12 \text{ m}^3$$

Letra D**QUESTÃO 22**

Chamando-se a aresta AD de x, então AF será chamado de 1,05x. Além dessa interpretação, temos uma outra importantíssima para a resolução do problema: a altura da pirâmide analisada (ADGFE) é congruente ao valor da aresta da base da outra pirâmide. Assim sendo, basta encontrarmos o valor de x (uma vez que a outra pirâmide é regular) para solucionarmos essa questão.

Como exercício nos forneceu o valor da altura e da apótema lateral da pirâmide regular (ABCDE), por Pitágoras, conseguimos a seguinte igualdade: $3^2 + x^2 = 5^2$ Logo $x = 4$

$$\text{Volume} = \frac{[(1,05x \cdot x)]x}{3}$$

$$\text{Volume} = 89,6 \text{ cm}^3$$

Letra C**QUESTÃO 23**

Sendo 1m a medida do apótema da base e p a medida do apótema da pirâmide, pelo Teorema de Pitágoras, $p^2 = 3^2 + 1^2 \Rightarrow p = \sqrt{10} \text{ m} \cong 320 \text{ cm}$.

Portanto, tem-se que o resultado pedido é dado

$$\text{por: } 4 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 320}{20^2} = 320.$$

Letra C

QUESTÃO 24

O volume do tetraedro regular de aresta $\ell = 6\text{cm}$ é dado por

$$\frac{\ell^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{6^3 \sqrt{2}}{12} = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

Letra B

QUESTÃO 25

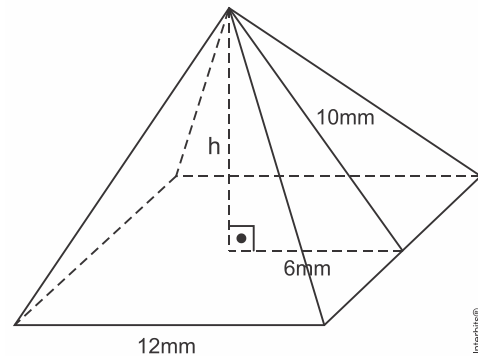
$$V_{\text{original}} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

$$V_{\text{novo}} = \frac{1}{3} \cdot (1,3a)^2 \cdot 0,7h \rightarrow V_{\text{novo}} = 1,183 \cdot \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h$$

$$V_{\text{novo}} = 1,183 \cdot V_{\text{original}} \rightarrow 18,3\% \text{ maior}$$

Letra A

QUESTÃO 26



Cálculo da altura da Pirâmide:

$$h^2 + 6^2 = 10^2 \Rightarrow h = 8\text{mm}$$

Volume da peça como diferença do volume da pirâmide e o volume da parte oca.

$$V_{\text{peça}} = V_{\text{pirâmide}} - 78$$

$$V_{\text{peça}} = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 8 - 78$$

$$V_{\text{peça}} = 306\text{mm}^3$$

Letra E

QUESTÃO 27

De acordo com as planificações, Maria poderá obter, da esquerda para a direita, um cilindro, um prisma de base pentagonal e uma pirâmide triangular.

Letra A

QUESTÃO 28

$$h = 280 \text{ cúbitos} = 145,60\text{m}$$

Letra A

QUESTÃO 29

A superfície lateral da pirâmide é um triângulo isósceles. A altura deste triângulo com a altura da pirâmide e a metade do lado do quadrado (base da pirâmide) formam um triângulo retângulo, sendo a hipotenusa a altura do triângulo face da pirâmide. Um cateto mede 4 e o outro (altura da pirâmide) igual:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 4^2 + 3^2$$

$$a^2 = 16 + 9$$

$$a^2 = 25$$

$$a = 5 \text{ m.}$$

A altura do triângulo que é face da pirâmide.

Área deste triângulo:

$$A = (8,5)/2$$

$$A = 20\text{m}^2$$

Temos 4 áreas iguais a esta. Logo, nossa área a ser coberta é de 80m^2 . Precisamos comprar 80 lotes + 10 que são perdidos = 90 lotes de telhas.

Letra A

QUESTÃO 30

$$V = 10 \cdot 6 \cdot \left(4 + \frac{3}{3}\right) = 300 \text{ dm}^3$$

Teremos em 20 anos, 15 dm^3 por ano.

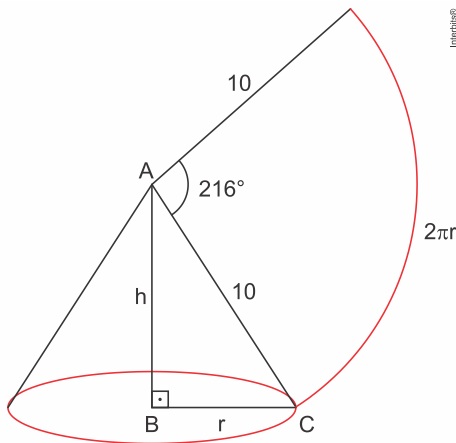
Letra D

QUESTÃO 31

Como cada face possui 9 triângulos equiláteros e há quatro faces, então há 36 triângulos equiláteros no total. A pirâmide retirada de cada vértice é um tetraedro regular de lado $L/3$. Como são quatro vértices, foram retirados de cada vértice 12 triângulos equiláteros. O sólido que sobrou possui então $(36 - 12) = 24$ triângulos equiláteros nas faces e 4 triângulos equiláteros das bases retiradas pois são superpostos.

$$\frac{A_{\text{sólido}}}{A_{\text{piram.}}} = \frac{28 \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}}{36 \cdot \frac{\left(\frac{L}{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}} = \frac{7}{9}$$

Letra C

QUESTÃO 32

Da figura, temos:

$$2\pi r \cdot 360^\circ = 2\pi \cdot 10 \cdot 216$$

$$r = 6 \text{ cm}$$

No triângulo ABC,

$$10^2 = h^2 + r^2$$

$$10^2 = h^2 + 6^2$$

$$h^2 = 100 - 36$$

$$h = 8 \text{ cm}$$

Letra C

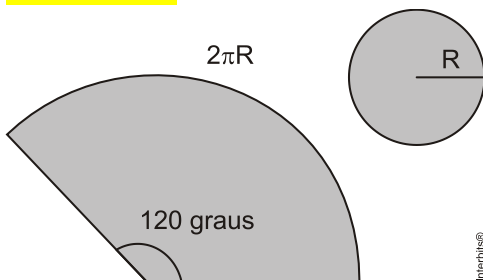
QUESTÃO 33

$$V = \frac{(A_B \cdot H)}{3} \rightarrow V = \frac{(12^2 \cdot 8)}{3} \rightarrow V = 384 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{água}} = A_B \cdot h \rightarrow 12^2 \cdot h = 384 \rightarrow 10^2 \cdot h = 384$$

$$h = 3,84 \text{ cm}$$

Letra C

QUESTÃO 34

$$2\pi \cdot R = \frac{2\pi \cdot 12}{3}$$

$$R = 4$$

$$A = \pi \cdot 4^2$$

$$a = 16\pi \text{ m}^2$$

Letra D

QUESTÃO 35

O volume do tronco de cilindro é dado por

$$\pi \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1+3}{2}\right) = 8\pi \text{ m}^3.$$

Letra B

QUESTÃO 36

O raio da base mede $r = \frac{28}{2} = 14 \text{ cm}$ e o raio de boca

$$R = \frac{34}{2} = 17 \text{ cm}.$$

Portanto, como a altura do panelo mede $h = 27 \text{ cm}$, segue que a capacidade da rasa é dada por

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2) &\cong \frac{3,14}{3} \cdot 27 \cdot (17^2 + 17 \cdot 14 + 14^2) \\ &= 3,14 \cdot 9 \cdot 723 \\ &= 20.431,98 \text{ cm}^3 \\ &\cong 20 \text{ L}. \end{aligned}$$

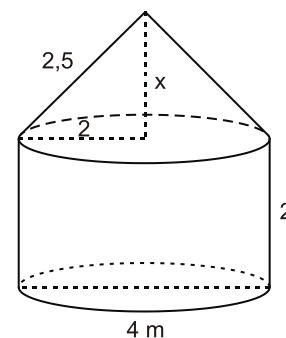
Letra B

QUESTÃO 37

Como o volume de areia é o mesmo, segue que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_{\text{con}}^2 \cdot h_{\text{con}} &= \pi \cdot r_{\text{cil}}^2 \cdot h_{\text{cil}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot (2R)^2 \cdot h_{\text{con}} = R^2 \cdot h_{\text{cil}} \\ \Leftrightarrow h_{\text{con}} &= \frac{3}{4} \cdot h_{\text{cil}}. \end{aligned}$$

Letra A

QUESTÃO 38

$$x^2 + 2^2 = 2,5^2 \Leftrightarrow x = 1,5 \text{ m}$$

Área de uma cisterna = Área da sup. lateral do cone + área da superfície lateral do cilindro + área do círculo.

$$\text{Área da Cisterna} = \pi \cdot 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 2 + \pi \cdot 2^2$$

$$\text{Área da cisterna} = 17\pi \cdot \text{m}^2$$

$$\text{Área de 100 cisternas} = 1700\pi \cdot \text{m}^2$$

$$\text{Valor das cisternas} = 40 \cdot 1700 \cdot 3,14 = 213.520 \text{ reais}.$$

Letra E

QUESTÃO 39

Como $0,097\pi$ litros correspondem a $25\% = \frac{1}{4}$ da capacidade do balde, temos que a capacidade do balde é igual a $4 \cdot 0,097\pi L = 0,388\pi L = 388\pi \text{cm}^3$.

Portanto, sabendo que a altura do balde mede 12cm e o raio da base menor mede 3cm, vem $388\pi = \frac{12\pi}{3}(R^2 + 3R + 3^2) \Leftrightarrow R^2 + 3R - 88 = 0$
 $\Rightarrow R = 8\text{cm}$.

Letra C**QUESTÃO 40**

Supondo que o raio da base das canecas deve ser tal que a capacidade de uma caneca seja maior do que ou igual à capacidade de um copo grande, temos

$$\pi \cdot y^2 \cdot 6 \geq \frac{\pi \cdot 8}{3} \cdot (2,4^2 + 3,6^2 + 2,4 \cdot 3,6) \Leftrightarrow y^2 \geq \frac{4}{9} \cdot 1,2^2 \cdot (4 + 9 + 6)$$

$$\Leftrightarrow y^2 \geq 0,64 \cdot 19$$

$$\Leftrightarrow y^2 \geq 12,16 \text{cm}^2.$$

Letra C**QUESTÃO 41**

$$\text{Volume do ralador: } V_R = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 10}{3} = \frac{160\pi}{3}$$

$$\text{Vol do pedaço de queijo: } V_Q = \pi \cdot 8^2 \cdot 6 \cdot \frac{\alpha}{360} = \frac{16\pi \cdot \alpha}{15^\circ}$$

$$\text{Como } V_Q = 90\% \text{ de } V_R: \frac{16\alpha}{15^\circ} = \frac{90}{100} \cdot \frac{160\pi}{3} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

Letra A**QUESTÃO 42**

Como a superfície de contato entre os líquidos está inicialmente na metade da altura do cone, segue que a razão entre o volume de água e a capacidade

$$V \text{ do recipiente é tal que } \frac{V_{H_2O}}{V} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow V_{H_2O} = \frac{V}{8}.$$

Desse modo, o volume de óleo é dado por:

$$V - V_{H_2O} = V - \frac{V}{8} = \frac{7V}{8}.$$

Portanto, quando toda a água e nenhum óleo escoar, a altura x atingida pelo óleo é tal que

$$\frac{7V}{8} = \left(\frac{x}{h}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{x}{h} = \sqrt[3]{\frac{7}{8}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt[3]{7}}{2}h.$$

Letra A**QUESTÃO 43**

Trabalhando com a proporção entre os volumes do cone menor e do cone maior, temos:

$$\left(\frac{h}{20}\right)^3 = \left(\frac{r}{10}\right)^3 = \frac{0,6}{1,0} \Rightarrow \frac{h}{20} = \frac{r}{10} = \frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{5}} \Rightarrow \frac{h}{20} = \frac{r}{10} = \frac{1,44}{1,71} \Leftrightarrow h = 16,8$$

$$\text{e } r = 8,4$$

Letra C**QUESTÃO 44**

A área pedida corresponde à soma das áreas de um círculo de diâmetro 4cm e de um setor circular de raio 6cm e ângulo central igual a 120° . Portanto, a área da peça, em cm^2 , é igual a

$$\pi \cdot \left(\frac{4}{2}\right)^2 + \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{120^\circ}{360^\circ} = 4\pi + 12\pi$$

$$= 16\pi.$$

Letra B**QUESTÃO 45**

Sejam $2r$ e $3h$, respectivamente, o raio da base e a altura do depósito. O resultado é dado por

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2r)^2 \cdot 3h}{\pi \cdot r^2 \cdot h} = \frac{4r^2}{r^2} = 4.$$

Letra C**QUESTÃO 46**

Sejam h e r , respectivamente, a altura e o raio da base do cone semelhante ao cone de altura 24cm e altura 3cm. Logo, temos: $\frac{r}{h} = \frac{3}{24} \Leftrightarrow r = \frac{h}{8}$.

$$\text{O volume desse cone é } V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{h}{8}\right)^2 \cdot h \cong \frac{h^3}{64} \text{cm}^3.$$

Por outro lado, como a vazão da torneira é igual a $1 \text{cm}^3/\text{s}$, segue-se que $V = 1 \cdot t = t \text{cm}^3$, com t em segundos.

$$\text{Em consequência, } \frac{h^3}{64} = t \Leftrightarrow h = 4\sqrt[3]{t} \text{cm}.$$

Letra A

QUESTÃO 47

Se V é o volume do copo e v é o volume de suco concentrado, então deve-se ter $\frac{v}{V} = \frac{1}{8} = k^3$, com

k sendo a razão de semelhança. Logo, se H é a altura do copo e h é a altura de suco no copo, então

$$\frac{h}{H} = k \Leftrightarrow \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow h = \frac{H}{2}.$$

Letra A

QUESTÃO 48

Sendo r e h as dimensões do cone e R e H as dimensões do poço, calculando o volume do poço e do cone, tem-se:

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (3R)^2 \cdot 2,4 \rightarrow V_{\text{cone}} = 7,2\pi R^2$$

$$V_{\text{poço}} = \pi \cdot R^2 \cdot H$$

Pelo enunciado, sabe-se que o volume do cone é 20% maior do que o volume do poço cilíndrico, logo, pode-se escrever:

$$1,2 \cdot V_{\text{poço}} = V_{\text{cone}}$$

$$1,2\pi R^2 \cdot H = 7,2\pi R^2$$

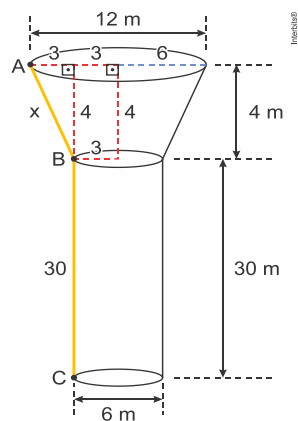
$$H = 6 \text{ m}$$

Letra B

QUESTÃO 49

Considerando que a medida da trança será dada por: $AB + BC = x + 30$, temos: $x^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow x = 5 \text{ m}$

Logo, o tamanho da trança de Rapunzel será dado por: $5 + 30 = 35 \text{ m}$.



Letra A

QUESTÃO 50

Sabemos que todos os sólidos possuem a mesma altura. Portanto, podemos concluir que:

$$\text{Volume do cubo} = 3x$$

$$\text{Volume da pirâmide} = x$$

(um terço do volume do cubo)

$$\text{Volume do cilindro} = 3y$$

$$\text{Volume do cone} = y$$

(um terço do volume do cilindro)

Somando o volume de 2 cubos e de 2 cilindros, obtêm-se 180 cm^3 .

$$2 \cdot 3x + 2 \cdot 3y = 180 \Rightarrow x + y = 30$$

Portanto, a soma dos volumes, em cm^3 , de um cubo, um cilindro, dois cones e duas pirâmides é dada por: $3x + 3y + 2x + 2y = 5 \cdot (x + y) = 5 \cdot 30 = 150$

Letra A

QUESTÃO 51

Sendo v o volume da embalagem menor, temos

$$\frac{v}{100} = \left(\frac{40}{50}\right)^3 \Leftrightarrow v = 51,2 \text{ mL.}$$

Letra E

QUESTÃO 52

Sejam r e h , respectivamente, o raio da base e a altura do cilindro. Logo, sabendo que os dois sólidos possuem o mesmo raio da base e a mesma altura, tem-se que a resposta é dada por

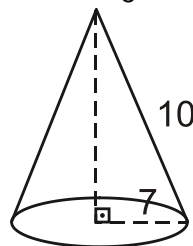
$$\frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3} \pi r^2 h} = 3.$$

Letra C

QUESTÃO 53

$$252^\circ = \frac{252\pi}{180} = \frac{7\pi}{5}$$

$$2\pi \cdot R = \frac{7\pi}{5} \cdot 10 \Leftrightarrow R = 7 \text{ e } g = 10 \text{ (raio do setor)}$$



Letra B

QUESTÃO 54

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot r}{20} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{20} = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$$

Letra E**QUESTÃO 55**

O triângulo ABC é retângulo e isósceles e, portanto, AB = BC = 10cm O volume de água derramado é a metade do volume do cilindro de diâmetro AB = 10cm e altura BC = 10cm. Assim, sendo V o volume de água derramando, em cm³, temos:

$$V = \pi \cdot 5^2 \cdot 10 / 2 = 125\pi$$

Letra B**QUESTÃO 56**

Cada cone tem 1/3 do volume do cilindro, logo retirados 2 cones (2/3) sobrarão 1/3.

Letra D**QUESTÃO 57**

O volume inicial do copo vale:

$$V_{\text{copo}} = \pi R^2 \cdot h = \pi(3,6)^2 \cdot (15) \text{cm}^3.$$

A inclinação em 45° derramou um volume que vale a metade do volume do cilindro pintado de raio ainda 3,6cm e altura 7,2cm. Este volume vale:

$$V_{\text{derramado}} = \frac{1}{2}(\pi(3,6)^2(7,2))\pi = (3,6)^2 \cdot (3,6) \text{cm}^3$$

O percentual pedido é:

$$\frac{V_{\text{derramado}}}{V_{\text{copo}}} = \frac{\pi(3,6)^2 \cdot (3,6) \text{cm}^3}{\pi(3,6)^2 \cdot (15) \text{cm}^3} = \frac{3,6}{15} = 0,24 \rightarrow 24\%.$$

Letra D**QUESTÃO 58**

$$V_{\text{retirado}} = \frac{\pi \cdot R^2}{2} \cdot h = \frac{3,14 \times 6^2}{2} \cdot 1,25 = 70,63 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{cone}} = 1,20 \times 70,63 = 84,78 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{h}{\text{tg}30^\circ}\right)^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot h^3}{3 \cdot \text{tg}^2 30^\circ}$$

$$\frac{\pi \cdot h^3}{3 \cdot \text{tg}^2 30^\circ} = 84,78 \rightarrow h = 3 \text{ m}$$

Letra C**QUESTÃO 59**

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H + \frac{\pi \cdot R^2 \cdot h}{3} = 3 \cdot 4^2 \cdot 9 + \frac{3 \cdot 4^2 \cdot 3}{3}$$

$$V = 480 \text{ ml}$$

Após 4 horas, teremos 1,5x4x60 = 360 mL.

Sobram então 120 mL.

Letra A**QUESTÃO 60****Letra A****QUESTÃO 61**

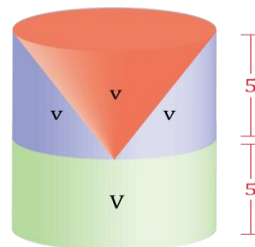
$$\left(\frac{h}{x}\right)^3 = 2 \rightarrow x = \frac{8}{\sqrt[3]{2}} = 4 \cdot \sqrt[3]{4}$$

Letra C**QUESTÃO 62**

h = 12 cm, r = 5 cm e g = 13 cm

$$A = 50 \cdot \pi \cdot R \cdot (R + g) = 14.130 \text{ cm}^2$$

$$\frac{14.130}{67 \times 50} = 4$$

Letra B**QUESTÃO 63****AZEITE = 5.VINAGRE**

$$V + 2v = 5v$$

$$V = 3v$$

Para que o volume do cilindro tenha o triplo do volume do cone e os mesmos possuem áreas da base congruentes, então as alturas necessariamente são congruentes.

$$h = 10 \text{ cm}$$

Letra D**QUESTÃO 64**

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{g} = \frac{8 \cdot \pi}{9} \rightarrow \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{18} = \frac{8 \cdot \pi}{9} \rightarrow r = 8 \text{ cm}$$

Por Pitágoras:

$$18^2 = 8^2 + h^2, \text{ logo } h = 14 \text{ cm}$$

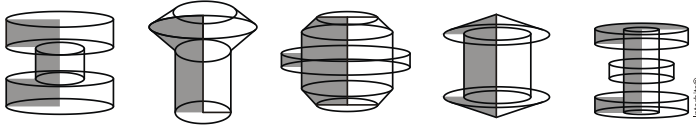
Letra C

QUESTÃO 65

$$1,3x, 1,3x, 1,3 = 2,2 = 1 + 1,2 = 100\% + 120\%$$

Letra D**QUESTÃO 66**

A alternativa [D] é a correta. Observe as figuras a seguir:

**Letra D****QUESTÃO 67**

L = lado da base maior

l = lado da base menor

a = apótema do tronco

assim:

$$L \cdot \sqrt{2} = 10 \cdot \sqrt{2} \rightarrow L = 10 \text{ cm}$$

$$l \cdot \sqrt{2} = 4 \cdot \sqrt{2} \rightarrow l = 4 \text{ cm}$$

$$\cos 60^\circ = 3/a \rightarrow a = 6 \text{ cm}$$

área total = área da base maior + área da base menor + 4*área do trapézio

$$A = 199 + 16 + 4 \cdot [(10 + 4) \cdot 6/2] = 116 + 168 = 284$$

Letra E**QUESTÃO 68**

Como o reservatório cônico tem 1/3 do volume, então: $150 \text{ min}/3 = 50 \text{ min}$.

Letra D**QUESTÃO 69**

$$V = \frac{270^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot 36 \cdot 4}{3} = 36 \cdot \pi$$

Letra E**QUESTÃO 70**

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi \cdot h}{3} \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

$$V_{\text{tronco}} = \frac{\pi \cdot 6}{3} \cdot (6^2 + 6 \cdot 5 + 5^2) = 182 \cdot \pi$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot R^2 \cdot h = 54 \cdot \pi$$

$$V = 182 \cdot \pi - 54 \cdot \pi = 128 \cdot \pi$$

Letra E**QUESTÃO 71**

Se o diâmetro mede 10 cm, então o raio mede 5 cm.

Logo, o volume original do chapéu é:

$$V_1 = (1/3) \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = 250 \cdot \pi/3$$

Após empurrar o vértice para baixo, o novo volume do chapéu passa a ser 4/5 de V_1 .

$$V_2 = (4/5) \cdot V_1$$

$$V_2 = (4/5) \cdot 250 \pi/3$$

$V_2 = 200 \pi/3$ (esse é o novo volume do chapéu)

$$\text{Mas, } V_2 = V_1 - 2 \cdot (1/3) \cdot \pi (x/2)^2 \cdot x.$$

Então:

$$200 \pi/3 = 250 \pi/3 - (1/3) \cdot \pi (x^2/2) \cdot x$$

$$(1/3) \cdot \pi \cdot (x^2/2) \cdot x = 50 \cdot \pi/3$$

$$(x^2/2) \cdot x = 50$$

$$x^3 = 100$$

$$x = \sqrt[3]{100}$$

Letra C**QUESTÃO 72**

Com $r = 4 \text{ cm}$ e $h = 3 \text{ cm}$, temos $g = 5 \text{ cm}$.

$$\theta = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{g} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4}{5} = 288^\circ$$

Letra D