# 7

# RESOLUÇÕES

## POTÊNCIAS E RADICAIS

### QUESTÃO 01

$2^{19} \cdot 5^{15} = \ 2^4.\ 2^{15}.5^{15} = 16.10^{15}$

17 algarismos.

Letra A

### QUESTÃO 02

A distância percorrida é dada por $2 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 300000 \cong 1,89 \cdot 10^{13}\ \text{km} = 1,89 \cdot 10^{16}\ \text{m}.$

Em consequência, como $1,89 < \sqrt{10} \cong 3,16$, segue que a resposta é $10^{16}$.

Letra E

### QUESTÃO 03

O maior produto possível para os dois números escolhidos será:

$5^8 \cdot 4^7 \cdot (5^8 \cdot 4^7 - 1) = 5^{16} \cdot 4^{14} - 5^8 \cdot 4^7$

O nº de dígitos necessários será o nº de algarismos de

$$5^{16} \cdot 4^{14}$$
$$5^{16} \cdot (2^2)^{14}$$
$$5^{16} \cdot 2^{28}$$
$$(5 \cdot 2)^{16} \cdot 2^{12}$$
$$4096 \cdot 10^{16}$$

, ou seja, um número com $4 + 16 = 20$ dígitos.

Letra C

### QUESTÃO 04

Seja $n$ o número de acertos do aluno.

A cada acerto, o aluno fica com seus pontos multiplicados por $\frac{3}{2}$; e a cada erro, fica com seus pontos multiplicados por $\frac{1}{2}$.

Desse modo, sabendo que o aluno ficou devendo $13$ pontos, temos que:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{8-n} \cdot 256 = 243 \Leftrightarrow 3^n = 3^5 \Leftrightarrow n = 5.$$

Portanto, o aluno acertou 5 perguntas e errou $8 - 5 = 3$.

Letra B

### QUESTÃO 05

A área da faixa de areia onde está sendo realizado o evento vale: $3000 \times 100 = 3000.000\ \text{m}^2$.

Supondo que cada metro quadrado comporta duas pessoas sentadas, segue que o número total de pessoas que podem assistir ao evento é:

$$300000 \times 2 = 600.000 = 6 \times 10^5.$$

Portanto, como $6 > \sqrt{10} \cong 3,16$, a ordem de grandeza pedida vale: $10^{5+1} = 10^6$.

Letra C

### QUESTÃO 06

$$\frac{\left(2^{25}.8^{12}\right)^{100}.\left(3^{150}\right)^{40}.9^{50}}{4^2.81} = \frac{\left(2^{25}.\left(2^3\right)^{12}\right)^{100}.3^{6000}.\left(3^2\right)^{50}}{\left(2^2\right)^2.{}^34} \rightarrow$$

$$\frac{\left(2^{25}.2^{36}\right)^{100}.3^{6000}.3^{100}}{2^{4}.{}^34} = \frac{2^{6100}.3^{6100}}{2^4.3^4} = \frac{6^{6100}}{6^4} \rightarrow$$

$$6^{6100-4} = 6^{6096} \rightarrow \boxed{6096}$$

Letra D

### QUESTÃO 07

$$M = \frac{45.864}{360} y = \frac{36 \cdot 1274}{36 \cdot 2 \cdot 5} \cdot y = \frac{2 \cdot 7^2 \cdot 13}{2 \cdot 5} \cdot y$$
$$= \frac{7^2 \cdot 13 \cdot y}{5}$$

Portanto, o menor valor de $y$ para que $M$ seja um quadrado perfeito será: $y = 13 \cdot 5 = 65.$

Letra C

### QUESTÃO 08

Escrevendo as potências de $2$, tem-se:

$$\left.\begin{matrix} 2^{11} = 2048 \\ 2^{12} = 4096 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2048 < 2560 < 4096$$

Assim, seriam necessários no mínimo $12$ bits em um byte.

Letra B

### QUESTÃO 09

$x = 2^{100} = (2^4)^{25} = 16^{25}$

$y = 3^{75} = (3^3)^{25} = 27^{25}$

$z = 5^{50} = (5^2)^{25} = 25^{25}$

Letra B

### QUESTÃO 10

Temos que $(a + b).(a - b) = a^2 - b^2$

$$\sqrt{(2 + \sqrt{3})}.\sqrt{(2 - \sqrt{3})} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 - 3} = 1$$

Letra A

### QUESTÃO 11

Lembrando que:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-C}{2}}, \text{ onde } C = \sqrt{A^2 - B}$$

$$\sqrt{32 \pm 10.\sqrt{7}} = \sqrt{32 \pm \sqrt{700}}$$

$$C = \sqrt{32^2 - 700} = \sqrt{1024 - 700} = \sqrt{324} = 18$$

$$\sqrt{\frac{32 + 18}{2}} \pm \sqrt{\frac{32 - 18}{2}} = \sqrt{25} \pm \sqrt{7} = 5 \pm \sqrt{7}$$

Logo, a soma vale: $\left(5 + \sqrt{7}\right) + \left(5 - \sqrt{7}\right) = 10$

Letra C

### QUESTÃO 12
$\sqrt{68^2 - 32^2} = \sqrt{(68+32).(68-32)} = \sqrt{100.36} = 60$
Letra D

### QUESTÃO 13
$k \cdot (8m)^{\frac{2}{3}}$
$k \cdot 8^{\frac{2}{3}} \cdot m^{\frac{2}{3}}$
$k \cdot (\sqrt[3]{8})^2 \cdot m^{\frac{2}{3}}$
$4.k \cdot m^{\frac{2}{3}} = 4 \cdot A$
Logo, a área ficará multiplicada por 4.
Letra B

### QUESTÃO 14
S = 0,12.$\sqrt[3]{70^2}$
S = 0,12 $\sqrt[3]{4900}$
S = 0,12.16,985
S = 2,0
Portanto, a área da superfície do corpo de um aluno de 70 kg é aproximadamente 2,0 m².
Letra C

### QUESTÃO 15
Desde que $\sqrt{\alpha^2} = \begin{cases} \alpha, \text{ se } \alpha \geq 0 \\ -\alpha, \text{ se } \alpha < 0 \end{cases}$, temos:

$$\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{6})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{6})^2}} = \frac{2}{\sqrt{6}-2} - \frac{2}{\sqrt{6}+2}$$
$$\sqrt{6} + 2 - (\sqrt{6} - 2) = 4.$$

Letra B

### QUESTÃO 16
$$(0,125)^{15} = \left(\frac{125}{1000}\right)^{15} = \left(\frac{1}{8}\right)^{15} = (2^{-3})^{15} = 2^{-45}$$
Letra D

### QUESTÃO 17
$$10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot x = 10$$
$$10^{-12} \cdot x = 10 \Rightarrow x = 10^{13}.$$
Letra E

### QUESTÃO 18
Pode-se reescrever a equação acima utilizando as propriedades da potenciação:
$3^x - \frac{3^x}{3} + \frac{3^x}{3^3} - \frac{3^x}{3^4} = 56$
$\frac{81 \cdot 3^x - 27 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^x - 3^x}{81} = \frac{4536}{81}$
$81 \cdot 3^x - 27 \cdot 3^x + 3 \cdot 3^x - 3^x = 4536$
Fazendo $3^x = y$, pode-se escrever:
$81y - 27y + 3y - y = 4536$
$56y = 4536 \Rightarrow y = 81$
Como $3^x = y$, tem-se: $y = 3^x = 81$
$x = 4$
Letra D

### QUESTÃO 19
$\frac{25}{10^7} = 2,5 \cdot 10^{-6}kg$
$2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 g$
$2,5 \cdot 10^{-3} g.$
Letra B

### QUESTÃO 20
Sabemos que $9^n$ termina em 1 se $n$ for par e termina em 9 se $n$ for ímpar. Portanto, $9^{10}$ termina em 1.
Letra B

### QUESTÃO 21
$\frac{150 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^5} = 37,5 \cdot 10 = 375.$
Letra D

### QUESTÃO 22
Total de grãos:
$$920 \cdot \frac{5 \cdot 10^2}{2,5 \cdot 10^{-2}} = 920 \cdot 2 \cdot 10^{2-(-2)} = 1840 \cdot 10^4$$
$$1,84 \cdot 10^3 \cdot 10^4 = 1,84 \times 10^7.$$
Letra A

### QUESTÃO 23
Como 1 bilhão corresponde a $10^9$ unidades, 100 bilhões equivalem a $10^2 \cdot 10^9 = 10^{11}$ bactérias.
Letra C

### QUESTÃO 24
$\sqrt{33} = \frac{33+36}{2\sqrt{36}} = \frac{69}{12} = 5,75$
Letra B

### QUESTÃO 25
Número de habitantes: $7.10^9$
Consumo de água de uma pessoa por dia: 150 L
Um ano tem 365 dias.
Logo, o volume de água pedido é:
$7.10^9.150.365 = 383\,250.10^9 = 3,83250.10^{14}$ L
$10^{14} < 3,83250.10^{14} < 10^{15}$
Letra B

### QUESTÃO 26
$$\sqrt[4]{5} x \sqrt{5} x \sqrt[4]{5} x \sqrt[3]{5}$$
$$5^{\frac{1}{4}}.5^{\frac{1}{2}}.5^{\frac{1}{4}}.5^{\frac{1}{3}}$$
$$5^{\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}}$$
$$5^{\frac{16}{12}}$$
$$5^{\frac{4}{3}}$$
$$\sqrt[3]{5^4}$$
$$5\sqrt[3]{5}$$
Letra B

### QUESTÃO 27

x = altura da pessoa

$20 = \frac{60}{x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 1,7$

% de g. corporal = $\frac{100}{1,7.1,3} - 18 = 45,24 - 10 = 27,24$

27,24 – 26 = 1,24 (aproximadamente 1%).

Letra A

### QUESTÃO 28

A estrela sugerida no problema é da classe BO e sua luminosidade é $2.10^4$ = 20.000 vezes a temperatura do sol.

Letra A

### QUESTÃO 29

$$\sqrt[n]{\frac{72}{9^{n+2} - 3^{2n+2}}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{72}{3^{2n+4} - 3^{2n+2}}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{72}{3^{2n}(3^4 - 3^2)}}$$

$$\sqrt[n]{\frac{1}{3^{2n}}} = \frac{1}{3^2} = 3^{-2}$$

Letra A

### QUESTÃO 30

$38.4^5.5^{12} = 19.2.(2^2)^5.5^{12} = 19.2.2^{10}.5^{12} = 19.5.2^{11}.5^{11} =$
$95.(2.5)^{11}$ $95.10^{11} = 9,5.10^{12}$

Letra C