



8

RESOLUÇÕES

FUNÇÃO EXPONENCIAL,
PG E JUROS
COMPOSTOS.

QUESTÃO 01

$$64000 \cdot (1 - 2^{-0,1 \cdot t}) > 63000$$

$$(1 - 2^{-0,1 \cdot t}) > \frac{63000}{64000} = \frac{63}{64}$$

$$1 - \frac{63}{64} > 2^{-0,1 \cdot t} \rightarrow \frac{1}{64} > 2^{-0,1 \cdot t}$$

$$2^{-6} > 2^{-0,1 \cdot t} \rightarrow -6 > -0,1 \cdot t$$

$$t > 60$$

Letra **D**

QUESTÃO 02

$$(1/2)^{x-3} \leq (1/2)^2$$

$$x - 3 \geq 2$$

$$x \geq 5$$

Letra **C**

QUESTÃO 03

I é uma exponencial crescente, gráfico B
II é uma logarítmica decrescente, gráfico D
III é uma exponencial decrescente, gráfico A
IV é uma logarítmica crescente, gráfico C

Letra **C**

QUESTÃO 04

$$N(t) = \alpha \cdot 10^{xt}$$

$$N(0) = \alpha \cdot 10^{x \cdot 0} = \alpha \cdot 10^0 = \alpha \cdot 1 = \alpha$$

$$\text{Para } t = 2 \text{ h, } N(2) = 2 \cdot \alpha$$

$$N(2) = \alpha \cdot 10^{x \cdot 2}$$

$$2 \cdot \alpha = \alpha \cdot 10^{2 \cdot x}$$

$$10^{2 \cdot x} = 2$$

$$\text{Para } t = 6 \text{ h, } N(6) = \alpha \cdot 10^{x \cdot 6} = \alpha \cdot (10^{2 \cdot x})^3 = \alpha \cdot (2)^3 = 8 \cdot \alpha$$

Letra **D**

QUESTÃO 05

$$R = R_0 \cdot e^{-y \cdot t}$$

$$0,002 = 0,02 \cdot e^{-0,1 \cdot t}$$

$$1/10 = 1/e^{0,1 \cdot t}$$

$$10 = e^{0,1 \cdot t}$$

$$e^{2,3} = e^{0,1 \cdot t}$$

$$0,1 \cdot t = 2,3$$

$$t = 23 \text{ anos}$$

Letra **C**

QUESTÃO 06

$$a^{\log_a b} = a \rightarrow f(x) = 2^{\log_2 x} = x, \text{ com } x > 0$$

Letra **B**

QUESTÃO 07

A temperatura decresce exponencialmente.

Letra **E**

QUESTÃO 08

Para a entrada e a saída da água, temos $h = 0$.

$$4 \cdot t - t \cdot 2^{0,2 \cdot t} = 0$$

$$(4 - 2^{0,2 \cdot t}) \cdot t = 0$$

$$t' = 0 \text{ segundo}$$

$$4 - 2^{0,2 \cdot t} = 0$$

$$2^2 = 2^{0,2 \cdot t}$$

$$0,2 \cdot t = 2$$

$$t'' = 10 \text{ segundos}$$

Letra **E**

QUESTÃO 09

$$y = y_0 \cdot 2^{-0,5t}$$

$$y_0/4 = y_0 \cdot 2^{-0,5t}$$

$$2^{-2} = 2^{-0,5 \cdot t}$$

$$-0,5 \cdot t = -2$$

$$t = 4 \text{ horas}$$

Letra **E**

QUESTÃO 10

$$2^x - 1 = 6 \cdot (1/2)^x$$

$$2^x = u$$

$$u - 1 = 6/u$$

$$u^2 - u = 6$$

$$u^2 - u - 6 = 0$$

$$u' = 3 \text{ e } u'' = -2$$

$$2^x = 3$$

$$\log 2^x = \log 3$$

$$x \cdot \log 2 = \log 3$$

$$x = \log 3 / \log 2$$

$$x = 0,4/0,3$$

$$x = 1,333$$

$$x = 1333 \text{ kg}$$

Letra **A**

QUESTÃO 11

$$P(t) = 10^9 \cdot 4^{3 \cdot t}$$

$$2 \cdot 10^9 = 10^9 \cdot 4^{3 \cdot t}$$

$$4^{3 \cdot t} = 2$$

$$(2^2)^{3 \cdot t} = 2$$

$$2^{6 \cdot t} = 2$$

$$6 \cdot t = 1$$

$$T = 1/6 \text{ hora} = 10 \text{ minutos}$$

Letra **E**

QUESTÃO 12

O valor inicial é $a = 10^4$.

$$f(3) = 8 \cdot 10^4$$

$$10^4 \cdot b^3 = 8 \cdot 10^4$$

$$b^3 = 8$$

$$b = 2$$

$$f(t) = 10^4 \cdot 2^t$$

$$f(0,5) = 10^4 \cdot 2^{0,5}$$

$$f(0,5) = 10000 \times 1,4 = 14000$$

Letra **D**

QUESTÃO 13

$$51200 = 100 \cdot 2^{t/3}$$

$$2^{t/3} = 512$$

$$2^{t/3} = 2^9$$

$$t/3 = 9$$

$$t = 27 \text{ horas} = 1 \text{ dia e } 3 \text{ horas}$$

Letra **A**

QUESTÃO 14

$$N(t) = 200 \cdot 2^{t/2}$$

$$N(8) = 200 \cdot 2^{8/2} = 200 \cdot 2^4 = 200 \cdot 16 = 3200$$

Letra **B**

QUESTÃO 15

$$M(1000) = M_0 \cdot (1,4)^{-1000/1000}$$

$$M(1000) = M_0 \cdot (1,4)^{-1} = M_0 \cdot 1/1,4$$

$$M(1000) = 0,71 \cdot M_0$$

Letra **E**

QUESTÃO 16

Tomando $2^{x/2} = u$, teremos $2^x = u^2$.

De A para B:

$$2^x - 2^x/2 + 2^{x/2} = u^2 - u^2/2 + u = (u^2 + 2 \cdot u)/2$$

De B para C:

$$(u^2 + 2 \cdot u)/2 - (u^2 + 2 \cdot u)/4 + u = 28$$

$$2 \cdot u^2 + 4 \cdot u - u^2 - 2 \cdot u + 4 \cdot u = 112$$

$$u^2 + 6 \cdot u - 112 = 0$$

$$u' = 8 \text{ e } u'' = -14$$

$$2^{x/2} = 8$$

$$x/2 = 3$$

$$x = 6$$

$$N = 2^x = 2^6 = 64$$

Letra **D**

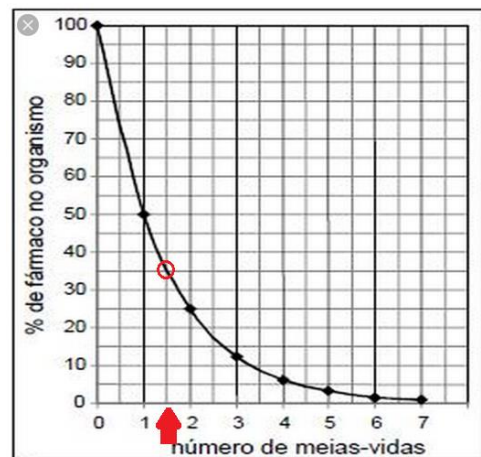
QUESTÃO 17

$N(t) = 1000 \cdot (3/2)^t = 1000 \cdot (1,5)^t$, que é uma exponencial crescente.

Letra **A**

QUESTÃO 18

Após 1,5 h.



Letra **D**

QUESTÃO 19

$$20000 \cdot p^{2,5} = 150000 \cdot p^{-2}$$

$$p^{2,5}/p^{-2} = 150000/20000$$

$$p^{4,5} = 7,50$$

$$p^{9/2} = 7,50$$

$$p = (7,50)^{2/9}$$

Letra **E**

QUESTÃO 20

Um gráfico é exponencial (crescimento da população) e o outro é linear.

Letra **C**

QUESTÃO 21

$$2 = 128 \cdot (0,5)^{t/2}$$

$$2/128 = (0,5)^{t/2}$$

$$2^{-6} = 2^{-t/2}$$

$$t = 12 \text{ horas}$$

Letra **B**

QUESTÃO 22

Em $t = 0$, temos $M(0) = 16$. O que só ocorre em A e B. Para $t = 150$, temos $M(150) = 4$, o que só ocorre em A.

Letra **A**

QUESTÃO 23

$$m(0) = c \cdot a^{-k \cdot 0} = c \cdot a^0 = c$$

$$0,2 \cdot c = c \cdot a^{-k \cdot 10}$$

$$a^{-10 \cdot k} = 0,2$$

$$m(20) = c \cdot a^{-k \cdot 20} = c \cdot (a^{-10 \cdot k})^2 = a \cdot (0,2)^2 = 0,04 \cdot c = 4\% \cdot c$$

Letra **C**

QUESTÃO 24

$$3200 = 32 \cdot 100 = 2^5 \cdot 100$$

A população duplicou 5 vezes: 2^5 .

5 vezes 20 min é igual a 100 min = 1 hora e 40 min.

Letra **B**

QUESTÃO 25

$$q(t) = q_0 \cdot 2^{1,5} = q_0 \cdot 2^{\frac{2 \cdot t}{3}} = q_0 \cdot (2^{\frac{2}{3}})^t = q_0 \cdot (\sqrt[3]{4})^t$$

Letra **E**

QUESTÃO 26

$$m = P(0) = 15,3 \cdot 10^6 \text{ habitantes}$$

$$n = 1,02$$

$$m/n = 15 \cdot 10^6 = 1,5 \cdot 10^7$$

Letra **D**

QUESTÃO 27

Vamos determinar t de modo que N(t) seja 678, resolvendo a equação abaixo:

$$9^t - 2 \cdot 3^t + 3 = 678$$

$$(3^t)^2 - 2 \cdot 3^t - 675 = 0 \quad 3^t = \frac{-(-2) \pm \sqrt{2704}}{2 \cdot 1}$$

$$3^t = 27 \Rightarrow 3^t = 3 \text{ ou } 3^t = -25 \text{ (não convém)}$$

$$t = 3 \text{ horas.}$$

Letra **B**

QUESTÃO 28

$$N(2) = 10 \cdot 2^{2 \cdot a}$$

$$20 = 10 \cdot 2^{2 \cdot a}$$

$$2^{2 \cdot a} = 2$$

$$2 \cdot a = 1$$

$$a = 0,5$$

$$N(4) = 10 \cdot 2^2 = 40$$

$$N(8) = 10 \cdot 2^4 = 160$$

$$160 - 40 = 120$$

Letra **D**

QUESTÃO 29

$$Q(t) = 0,9 \cdot Q_0$$

$$1 - e^{-t/2} = 0,9$$

$$e^{-t/2} = 0,1$$

$$e^{-t/2} = 10^{-1}$$

$$e^{t/2} = 10^1$$

$$\ln e^{t/2} = \ln 10^1$$

$$(t/2) \cdot \ln e = \ln 10$$

$$t = 2 \cdot \ln 10$$

$$t = \ln(10)^2$$

Letra **B**

QUESTÃO 30

$$160 \cdot 2^{-0,8 \cdot t} + 25 = 65$$

$$160 \cdot 2^{-0,8 \cdot t} = 65 - 25$$

$$2^{-0,8 \cdot t} = 40/160$$

$$2^{-0,8 \cdot t} = 1/4$$

$$2^{-0,8 \cdot t} = 2^{-2}$$

$$-0,8 \cdot t = -2$$

$$t = 2/0,8 = 2,5 \text{ minutos}$$

Letra **C**

QUESTÃO 31

$$N(t) = 24000 \cdot (1,2)^t$$

$$N(3) = 24000 \cdot (1,2)^3 = 24000 \cdot 1,728 = 41472$$

Letra **A**

QUESTÃO 32

$$f(0) = 20\% \cdot A = 0,2 \cdot A$$

$$0,2 \cdot A \cdot (1 + B \cdot e^{A \cdot k \cdot 0}) = A$$

$$1 + B \cdot e^0 = 5$$

$$B = 4$$

$$f(1) = 50\% \cdot A = 0,5 \cdot A$$

$$0,5 \cdot A \cdot (1 + B \cdot e^{A \cdot k \cdot t}) = A$$

$$0,5 \cdot (1 + 4 \cdot e^{A \cdot k \cdot 1}) = 1$$

$$1 + 4 \cdot e^{A \cdot k} = 2$$

$$4 \cdot e^{A \cdot k} = 1$$

$$e^{A \cdot k} = 1/4$$

$$f(t) = 80\% \cdot A = 0,8 \cdot A$$

$$0,8 \cdot A \cdot (1 + 4 \cdot e^{A \cdot k \cdot t}) = A$$

$$0,8 \cdot (1 + 4 \cdot (e^{A \cdot k})^t) = 1$$

$$0,8 + 3,2 \cdot (1/4)^t = 1$$

$$3,2 \cdot (2^{-2})^t = 0,2$$

$$(2^{-2})^t = 0,2/3,2$$

$$2^{-2 \cdot t} = 1/16$$

$$2^{-2 \cdot t} = 2^{-4}$$

$$-2 \cdot t = -4$$

$$t = 2 \text{ horas}$$

Letra **A**

QUESTÃO 33

$$9^x - 9^x/9 = 1944$$

$$8 \cdot 9^x/9 = 1944$$

$$9^x = 9 \cdot 1944/8$$

$$9^x = 2187$$

$$3^{2 \cdot x} = 3^7$$

$$2 \cdot x = 7$$

$$x = 7/2$$

$$m = 7 \text{ e } n = 2 \rightarrow m - n = 5$$

Letra **D**

QUESTÃO 34

O número de bactérias dobra em 20 minutos.
Em 1 hora, 3 vezes 20 minutos, dobrará 3 vezes.
 $2^3 = 8$ vezes 6000 é igual a 48000 = $4,8 \cdot 10^4$.

Letra **E**

QUESTÃO 35

$$f(1) = 2$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = 8$$

...

$$f(n) = 2^n.$$

Letra **C**

QUESTÃO 36

$$10 \cdot 3^{t-1} = 810$$

$$3^{t-1} = 81$$

$$3^{t-1} = 3^4$$

$$t - 1 = 4$$

$$t = 5$$

Letra **E**

QUESTÃO 37

A função exponencial é crescente se a base for maior que 1, logo isso ocorre em I com base 1,07 e em III com base $e = 2,71828$.

Letra **C**

QUESTÃO 38

$$f(t_1 + t_2) = a^{t_1 + t_2} = a^{t_1} \cdot a^{t_2}$$

Letra **E**

QUESTÃO 39

$$(3 \cdot 3^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} = (3^{\frac{3}{3}})^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{3}}$$

Letra **C**

QUESTÃO 40

$$N = 5 \cdot 10^3 \cdot 5,2 \cdot 10^6 = 26 \cdot 10^9 = 2,6 \cdot 10^{10}$$

Letra **D**
