



10

RESOLUÇÕES

**COMPORTAMENTO
DAS FUNÇÕES E
SEUS GRÁFICOS**

QUESTÃO 01

A letra D apresenta o melhor comportamento, pois temos um valor inicial constante e em seguida um acréscimo e um decréscimo, voltando ao patamar inicial.

Letra **D**

QUESTÃO 02

$$M = C + J = C + C.i.x = 5000 + 5000.0,03.x$$

$$M = 150.x + 5000$$

Letra **A**

QUESTÃO 03

Como o reservatório 1 é um prisma então seu crescimento até o nível do cano de ligação é uma função linear. Durante a passagem pelo cano de ligação até o preenchimento do reservatório 2 temos uma função constante. Após a passagem pelo cano de ligação, o reservatório 1 e o reservatório 2 crescem de forma linear com inclinação inferior à do primeiro instante.

Letra **D**

QUESTÃO 04

Como o produto é constante, temos uma relação inversa entre p e v.

Letra **E**

QUESTÃO 05

$$R(x) = -k.x^2 + k.p.x \text{ (função quadrática)}$$

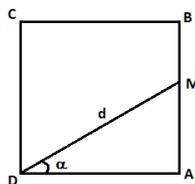
Letra **E**

QUESTÃO 06

No plano K, temos inicialmente uma função constante igual a R\$ 29,90 e após $t = 200$ minutos uma função linear. No plano Z, temos inicialmente uma função constante igual a R\$ 49,90 e após $t = 300$ minutos uma função linear.

Letra **D**

QUESTÃO 07



$$d = AD/\cos\alpha = AD.\operatorname{cosec}\alpha$$

d cresce de 0° a 90° , depois decresce no mesmo ritmo.

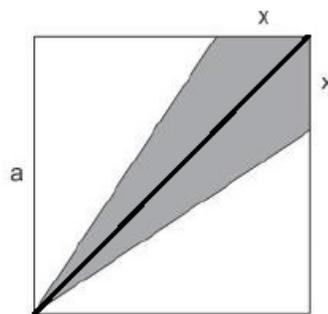
Letra **A**

QUESTÃO 08

Inicialmente, a altura cresce mais rapidamente, pois a área a ser ocupada é menor, após isso a velocidade diminui e volta a aumentar no final, ou seja, ocorre um aumento da área transversal e em seguida uma diminuição.

Letra **B**

QUESTÃO 09



$$\text{A área hachurada é } A = 2.(x.a)/2 = a.x$$

Letra **D**

QUESTÃO 10

A função não está definida em $x = 0$ e é estritamente positiva, pois $x^2 > 0$.

Letra **D**

QUESTÃO 11

$$x = \log_2(2.y + 1)$$

$$2.y + 1 = 2^x$$

$$y = (2^x - 1)/2$$

$$y = 2^{x-1} - 1/2$$

Letra **A**

QUESTÃO 12

Analisando as alternativas uma a uma:

[I] INCORRETA. Não há dados suficientes para se calcular com precisão a redução da taxa de analfabetismo.

[II] CORRETA. A reta referente ao período entre 2009 e 2011 tem uma queda muito mais abrupta do que a reta formada pelos pontos dos anos 2012 e 2015.

[III] INCORRETA. Houve um aumento na taxa de analfabetismo entre 2011 e 2012.

Letra **B**

QUESTÃO 13

Tem-se que:

$$g(x) = f(f(x)) = f\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) = \frac{2\frac{2x+1}{x-2}+1}{\frac{2x+1}{x-2}-2} = \frac{5x}{5} = x$$

Letra **E**

QUESTÃO 14

Do enunciado, a sequência pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, f(x) = 2^{x-1}$$

Letra **A**

QUESTÃO 15

De acordo com o gráfico, é imediato que a velocidade máxima foi superada apenas duas vezes. Logo, o motorista foi alertado 2 vezes, pois supera o limite em 2 trechos.

Letra **B**

QUESTÃO 16

$$(g \circ f)(x) = \log\left(\frac{1}{2} \cdot 5^x\right) = -\log 2 + x \cdot \log 5$$

$$(g \circ f)(x) = 0,70 \cdot x - 0,30$$

Letra **A**

QUESTÃO 17

Calculando:

$$y = g(f(x)) = 3 - (2 \cdot x + 1) = 2 - 2 \cdot x$$

$$x = 2 - 2 \cdot y$$

$$g^{-1}(f(x)) = (2 - x)/2$$

Letra **A**

QUESTÃO 18

$$CDRS = 1 - \frac{M \cdot R_M}{H \cdot R_H} = 1 - \frac{1200000 \times 1410}{1000000 \times 2022} \cong 0,16$$

Letra **B**

QUESTÃO 19

1. Falsa.

Para $t = 0$, temos $P = 3600 / (9 + 3 \cdot 4^0) = 3600 / 12 = 300$

2. Verdadeira, pois $3 \cdot 4^{-t}$ tende a zero com o passar do tempo, logo P aumenta.

3. Verdadeira, pois $9 + 3 \cdot 4^{-t}$ tende a 9 com o passar do tempo e P tende a 400.

Letra **C**

QUESTÃO 20

Admitindo as três condições acima, temos:

$$f(2 + 3 \cdot \sqrt{2}) = f(2) \cdot f(3\sqrt{2})$$

$$f(2 + 3 \cdot \sqrt{2}) = f(1 + 1) \cdot f(\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2})$$

$$f(2 + 3 \cdot \sqrt{2}) = f(1) \cdot f(1) \cdot f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2})$$

$$f(2 + 3 \cdot \sqrt{2}) = f(1) \cdot f(1) \cdot f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2})$$

$$f(2 + 3 \cdot \sqrt{2}) = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 72$$

Letra **B**

QUESTÃO 21

O gráfico apresentado é semelhante ao gráfico da função definida por $f(x) = a^x$, com $a > 1$. Logo, o crescimento do número de repositórios institucionais no mundo foi, aproximadamente, exponencial.

Letra **A**

QUESTÃO 22

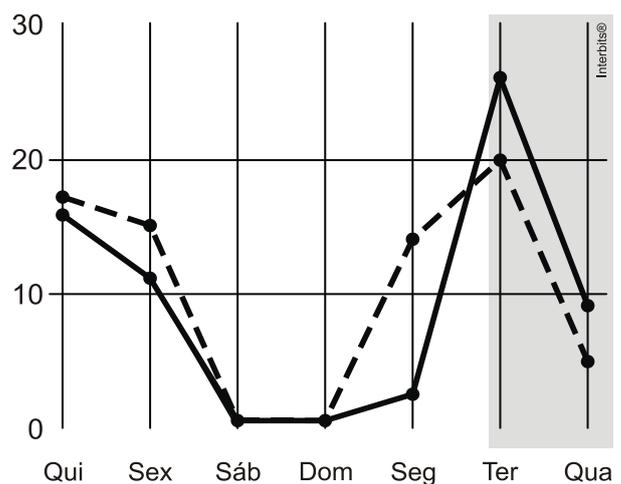
Do gráfico, temos que $f(-12) = 5$, $f(-7) = 5$, $f(5) = 5$ e $f(13) = 5$.

Assim, queremos calcular para quantos valores de x se tem $f(x) = -12$, $f(x) = -7$, $f(x) = 5$ ou $f(x) = 13$.

Portanto, como $f(x) = 5$ tem 4 soluções e $f(x) = 13$ tem 2 soluções, segue que $f(f(x)) = 5$ tem $4 + 2 = 6$ soluções.

Letra **D**

QUESTÃO 23



Observando os gráficos é fácil verificar que o nível de eficiência foi muito bom na terça e na quarta-feira.

Letra **B**

QUESTÃO 24

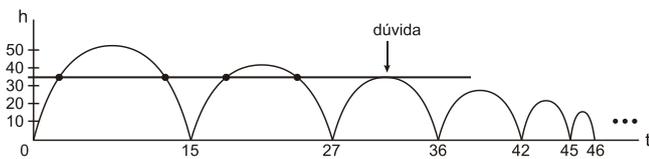
Tabela obtida com as informações da tabela dada.

Investidor	compra	venda	ganhou	perdeu
1	150	460	310	-
2	150	200	50	-
3	380	460	80	-
4	460	100	-	360
6	100	200	100	-

Portanto, o investidor 1 fez o melhor negócio.

Letra **A**

QUESTÃO 25



O jovem pode constatar com certeza que a bola atingiu 35m em quatro pontos mostrados pela intersecção de sua trajetória com a reta $h = 35$.

No ponto assinalado como dúvida, o jovem não pode afirmar com certeza que a bola atingiu 35m.

Letra **D**

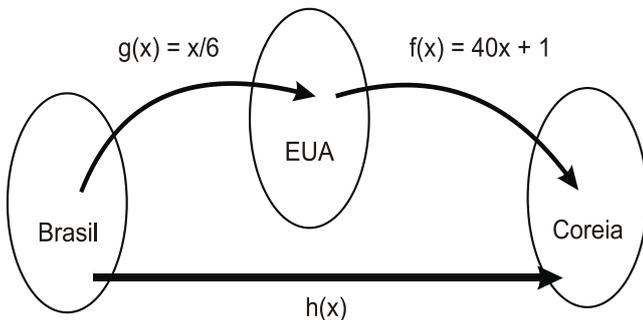
QUESTÃO 26

Como $f(3) = 7$ e $g(3) = 10$, então:

$$f(g(3)) - f(g(3)) = f(10) - g(7) = 21 - 22 = -1$$

Letra **A**

QUESTÃO 27



$$h(x) = f[g(x)]$$

$$h(x) = 20 \cdot x/3 + 1$$

Letra **C**

QUESTÃO 28

Temos que:

$$8,9 = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E_{\text{Japão}}}{E_0} \text{ e } 4,0 = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E_{\text{Câmara}}}{E_0}$$

Subtraindo uma equação da outra:

$$4,9 = \frac{2}{3} \cdot (\log \frac{E_{\text{Japão}}}{E_0} - \log \frac{E_{\text{Câmara}}}{E_0})$$

$$7,35 = \log \frac{E_{\text{Japão}}}{E_0} - \log \frac{E_{\text{Câmara}}}{E_0} \rightarrow \frac{E_{\text{Japão}}}{E_{\text{Câmara}}} = 10^{7,35}$$

Letra **A**

QUESTÃO 29

$$\log_{128} 7 = x \rightarrow 128^x = 7 \rightarrow 2^{7 \cdot x} = 2^{2,8}$$

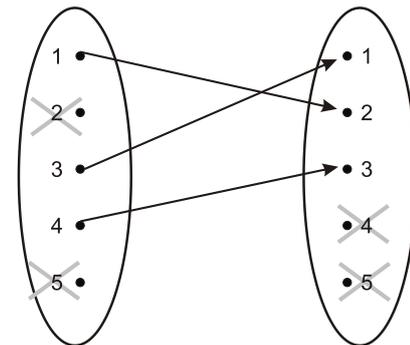
$$x = 0,4$$

Letra **D**

QUESTÃO 30

Sabemos que $f(2) = 4$ e $f(5) = 5$ ou $f(2) = 5$ e $f(5) = 4$.

De acordo com os dados do problema temos a única possibilidade.



Se $f(3) = 3$, $f(f(3))$ será 3 (falsa);

Se $f(3) = 2$, $f(f(3))$ será 4 ou 5 (falsa);

Devemos considerar que $f(3) = 1$, daí $f(1) = 2$ e $f(4) = 3$.

Letra **A**

QUESTÃO 31

Sabendo que cada menina do conjunto A está associada a um menino diferente do conjunto B, podemos afirmar que f é injetiva.

Por outro lado, como existe um menino no conjunto B que não formará par com nenhuma menina do conjunto A podemos concluir que f não é sobrejetiva e, portanto, também não é bijetiva.

Letra **A**

QUESTÃO 32

Não se trata de uma função par, pois $f(x)$ não é igual a $f(-x)$.

Letra **C**

QUESTÃO 33

Podemos ter 2 escolas diferentes com o mesmo número de professores, logo a função não é necessariamente injetiva, contudo no conjunto P estão apenas os números que representam a quantidade de professores de cada escola do conjunto E, então f é uma função sobrejetora.

Letra **C**

QUESTÃO 34

A função não é injetiva, conseqüentemente não é bijetiva, pois $f(-2) = f(2) = 0$.

A função é sobrejetiva, pois para todo y pertencente a $[0, 2]$, existe x correspondente em $[-2, 2]$.

$$\sqrt{4 - x^2} = \alpha \rightarrow x^2 = 4 - \alpha$$

$x = \sqrt{4 - \alpha}$, que sempre existe para $0 \leq \alpha \leq 2$.

Letra **E**

QUESTÃO 35

O conjunto imagem é o conjunto dos números reais, logo a função é sobrejetiva.

Letra **A**

QUESTÃO 36

O gráfico da inversa é simétrico à reta $y = x$.

Logo, letra D.

Letra **D**

QUESTÃO 37

$$x = \frac{2y-3}{y+4}$$

$$x \cdot y + 4 \cdot x = 2 \cdot y - 3$$

$$y = \frac{4x+3}{2-x}$$

Letra **C**

QUESTÃO 38

I. f é injetiva, pois se $f(a) = f(b)$, então $a = b$.

$$\frac{a}{3a-1} = \frac{b}{3b-1} \rightarrow 3 \cdot a \cdot b - a = 3 \cdot a \cdot b - b \rightarrow a = b$$

II. a inversa é:

$$x = \frac{y}{3y-1} \rightarrow 3 \cdot x \cdot y - x = y \rightarrow y = \frac{x}{3x-1}$$

$$\text{III. } y = 2 \rightarrow \frac{x}{3x-1} = 2 \rightarrow 6 \cdot x - 2 = x \rightarrow x = 5/2.$$

Letra **C**

QUESTÃO 39

A inversa passa por (2, 1) e (3, 2).

Logo a é $(2 - 1)/3 - 2 = 1$

$$f^{-1}(x) = x + b$$

$$f^{-1}(2) = 2 + b = 1, \text{ logo } b = -1.$$

$$f^{-1}(x) = x - 1.$$

Letra **C**

QUESTÃO 40

A função é crescente.

Letra **C**

QUESTÃO 41

Lembrando que uma função só está bem definida quando conhecemos o seu domínio, contradomínio e a lei de associação, vamos supor que com $f(x) = a \cdot x + b$. Logo, como a taxa de variação de f é igual a 2 segue-se que $y = 2 \cdot x + b$.

A lei da função inversa de f é dada por $x = 2 \cdot y + b$,

$$f^{-1}(x) = (x - b)/2$$

Desse modo, sendo o zero de f^{-1} é igual a 6, vem que:

$$0 = (6 - b)/2$$

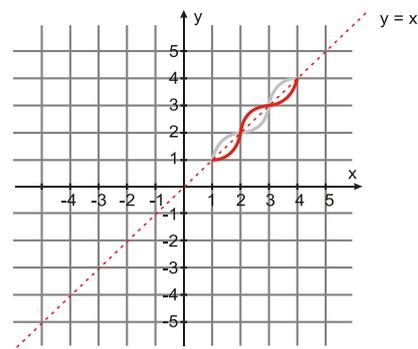
$$b = 6$$

Portanto, o gráfico que melhor representa a função afim f é o da alternativa A.

Letra **A**

QUESTÃO 42

O gráfico da inversa de uma função f é simétrico ao gráfico de f em relação à reta que representa a bissetriz dos quadrantes ímpares.



Letra **A**

QUESTÃO 43

Lembrando que o gráfico de uma função e o de sua inversa são simétricos em relação à reta $y = x$ segue-se que o gráfico de $y = f^{-1}(x)$ é o da alternativa C.

Letra **C**

QUESTÃO 44

Tempo de uso do chuveiro é:

$$2.5 \cdot 10 = 100 \text{ min} = 100/60 = 5/3 \text{ horas.}$$

$$C = P.H.D/1000 = 2500 \cdot (5/3) \cdot 30/1000 = 125$$

Letra **C**

QUESTÃO 45

$$f(x + 1) = \frac{x+1}{x+1-1} = \frac{x+1}{x}$$

$$g(x) = f(f(x + 1)) = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{x+1}{x}-1} = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{x+1-x}{x}} = x + 1$$

Letra **C**

QUESTÃO 46

De acordo com as informações, tem-se que o gráfico do comportamento da eficácia do medicamento passa pelos pontos (0, 0), (1, 100), (3, 100), (6, 20), (6, 5; 100), (10, 100) e (12, 20). Portanto, como o gráfico da variação da eficácia corresponde a uma curva contínua, só pode ser o da alternativa C.

Letra **C**

QUESTÃO 47

Seja a função que relaciona o valor mensal pago, $f(x)$, com o número de ligações, x efetuadas no mês.

Tem-se que:

$$f(x) = \begin{cases} 12, & \text{com } 0 \leq x < 100 \\ 0, 1 \cdot (x - 10) + 12 = 0, 1 \cdot x + 2, & \text{com } 100 \leq x < 300 \\ 32, & \text{com } 300 \leq x \leq 500 \end{cases}$$

Letra **B**

QUESTÃO 48

Seja a função definida por:

$$C(t) = \begin{cases} 39, & \text{com } 0 \leq t < 50 \\ 39 + 0, 19 \cdot (t - 50) = 0, 19 \cdot t + 29, 5, & \text{com } t \geq 50 \end{cases}$$

em que $C(t)$ é o valor a ser pago pelos clientes que optarem pelo plano A e t é o número de minutos utilizados.

Assim, o gráfico que melhor representa a função C é o da alternativa C.

Letra **C**

QUESTÃO 49

A taxa de crescimento da altura no tronco de cone inferior aumenta com o tempo. Já no tronco de cone superior, a mesma taxa diminui com o tempo. Por outro lado, no cilindro, a taxa é constante. Assim, o gráfico que expressa a altura da água na escultura em função do tempo decorrido é o da alternativa D.

Letra **D**

QUESTÃO 50

Preço do pacote azul em função dos minutos de uso.

$$P(x) = \begin{cases} 80, & \text{se } x \leq 100 \\ 80 + (x - 100) \cdot 0, 90, & \text{se } x > 100 \end{cases}$$

Preço do pacote laranja em função dos minutos de uso.

$$P(x) = \begin{cases} 143, & \text{se } x \leq 300 \\ 143 + (x - 300) \cdot 0, 40, & \text{se } x > 300 \end{cases}$$

Comparações dos pacotes

Se $x \leq 100$, o pacote azul será o mais vantajoso.

Se $100 < x \leq 300$, o pacote laranja será mais vantajoso se:

$$143 < 80 + (x - 100) \cdot 0, 9$$

$$143 < 80 + 0, 9x - 90 \Rightarrow -0, 9x < -153$$

$$x > 170$$

Portanto, $170 < x \leq 300$

Se $x > 300$ o pacote laranja será mais vantajoso se:

$$143 + (x - 300) \cdot 0, 4 < 80 + (x - 100) \cdot 0, 9$$

$$143 + 0, 4x - 120 < 80 + 0, 9x - 90$$

$$-0, 5x < -33 \Rightarrow x > 66$$

Portanto, $x > 300$

Logo, para ser mais vantajoso contratar o pacote laranja, comparativamente ao pacote azul, o número mínimo de minutos de ligação que o usuário deverá fazer é 171.

Letra **C**

QUESTÃO 51

Seja $f: [37500; 47000] \rightarrow [2100; 4237, 5]$ a função definida por $f(x) = ax + b$, em que x é a base de cálculo e $f(x)$ é o imposto devido.

A taxa de variação da função f é dada por

$$a = \frac{4237, 5 - 2100}{47000 - 37500} = 0, 225.$$

Portanto, o acréscimo pedido é igual a

$$f(x + 1000) - f(x) = 0, 225 \cdot (x + 1000) + b - (0, 225x + b) = R\$ 225,00.$$

Letra **C**

QUESTÃO 52

Como $R\$ 15,00 \leq R\$ 19,00 \leq R\$ 25,00$, devemos encontrar a lei da função afim cujo gráfico passa por (15, 15) e (20, 25). Seja $f(x) = ax + b$ a lei da função procurada, em que $f(x)$ é o valor a ser pago para um consumo de $x \text{ m}^3$, com $15 \leq x \leq 20$.

$$\text{Temos que } a = \frac{25-15}{20-15} = \frac{10}{5} = 2 \text{ e } f(15) = 15 \Leftrightarrow 15 = 2 \cdot 15 + b \Leftrightarrow b = -15.$$

Portanto, $f(x) = 19 \Leftrightarrow 19 = 2x - 15$

$$x = \frac{34}{2} = 17 \text{ m}^3.$$

Letra **B**

QUESTÃO 53

Para cada y , temos apenas um x correspondendo.

Letra **E**

QUESTÃO 54

I. injetiva e sobrejetiva

II. sobrejetiva

III. nem injetiva, nem sobrejetiva

Letra **A**

QUESTÃO 55

A única função injetiva é a Letra E.

Letra **E**
