11

RESOLUÇÕES

GEOMETRIA ANALÍTICA

QUESTÃO 01

O centro da circunferência é C (a, a) e a distância ao centro será:

$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta x)^2}$$

$$3.\sqrt{2} = \sqrt{(a)^2 + (a)^2} \rightarrow 18 = 2.a^2 \rightarrow a = 3$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 3^2$$

$$x^2 + y^2 - 6.x - 6.y + 9 = 0$$

Letra A

QUESTÃO 02

Na equação da reta:

$$4.y - 3.x = 0 \rightarrow y = \frac{3.x}{4}$$

$$x^2 + \left(\frac{3.x}{4}\right)^2 - 8.x - 6.\frac{3.x}{4} = 0$$

$$16.x^2 + 9.x^2 - 128.x - 72.x = 0$$

$$25.x^2 - 200.x = 0$$

$$x^2 - 8.x = 0$$

x' = 0 ou x" = 8

Os pontos de encontros serão (0, 0) e (8, 6).

Letra E

QUESTÃO 03

Os pontos $x^2 + y^2 \leq 4$ estão no interior do círculo e os pontos $x + y \geq 1$ acima da reta.

Letra E

QUESTÃO 04

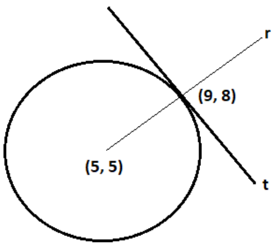
A circunferência pode ser representada por:

$(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$

O ponto (9, 8) pertence à circunferência, pois:

$(9 - 5)^2 + (8 - 5)^2 = 5^2$

16 + 9 = 25



O coeficiente angular da reta r é:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8-5}{9-5} = \frac{3}{4}$$

Como a reta t é perpendicular r à reta r, o seu coeficiente angular será -4/3.

A reta r passa por (9, 8), logo

$$y - y_0 = m.(x - x_0)$$

$$y - 8 = \frac{-4}{3}.(x-9) \rightarrow 3.y - 24 = -4.x + 36$$

$$4.x + 3.y - 60 = 0$$

Letra D

QUESTÃO 05

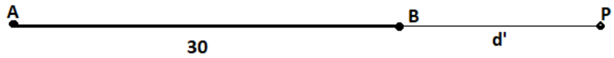
A possibilidade mais próxima é a da figura seguinte.

AP = 2.PB

AP + PB = 30

2.d + d = 30, logo d = 10m

A possibilidade mais distante é a figura seguinte.



AP = 2.PB

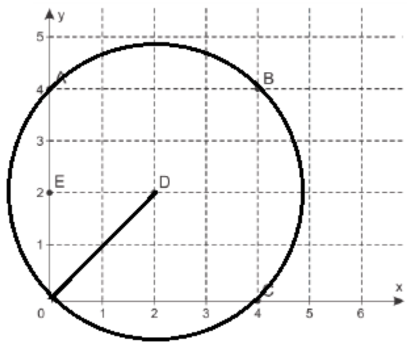
30 + d' = 2.d'

d' = 30 m

Logo d + d' = 40 metros

Letra B

QUESTÃO 06



O centro da circunferência (2, 2) e o raio é a distância entre os pontos (0, 0) e (2, 2).

$$R = d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$$

$$R = \sqrt{(2-0)^2 + (2-0)^2} = 2.\sqrt{2}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = (2.\sqrt{2})^2 = 8$$

Letra E

QUESTÃO 07

O cálculo exato do raio da circunferência circunscrita pode ser feito pela expressão:

$R = \frac{a.b.c}{4.S}$, Onde a, b e c são as medidas dos lados e S a medida da área do triângulo.

A partir dos pontos (-3, 3), (2, 8) e (6, 0) e usando a expressão $d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$, podemos achar:

$a = 5.\sqrt{2}$, $b = 3.\sqrt{10}$ e $c = 4.\sqrt{5}$

A área pode ser calcula por:

$$S = \frac{|D|}{2}, \text{onde } D = \begin{vmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ 6 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -60$$

$$S = 30$$

$$R = \frac{a.b.c}{4.S} = \frac{5.\sqrt{2}.3.\sqrt{10}.4.\sqrt{5}}{4.30} = \frac{600}{120} = 5$$

$$C = 2.\pi.R = 31,4 \text{ cm}$$

Letra B

QUESTÃO 08

A distância entre A e B é:

$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta x)^2} = \sqrt{(4+2)^2 + (0+6)^2}$$

$d = 6\sqrt{2}$ e o raio será r = $3\sqrt{2}$

O centro da circunferência é o ponto médio entre A e B: C (1, -3).

A circunferência terá equação:

$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 18$

Letra A

QUESTÃO 09

Circunferência C_1:

$x^2 + y^2 + 12.x + 6.y + 36 = 0$

$x^2 + 12.x + y^2 + 6.y = -36$

$(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = -36 + 36 + 9$

$(x + 6)^2 + (y + 3)^2 = 9$

Centro (-6, -3) e raio 3

Circunferência C_2:

$x^2 + y^2 - 4.x - 6.y + 9 = 0$

$x^2 - 4.x + y^2 - 6.y = -9$

$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = -9 + 4 + 9$

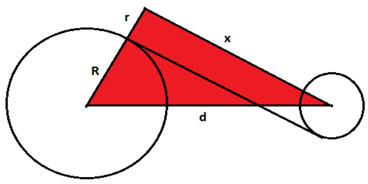
$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Centro (2, 3) e raio 2

A distância entre os centros é:

$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta x)^2} = \sqrt{(2+6)^2 + (3+3)^2} = 10$$

R + r = 5



Por Pitágoras: $10^2 = 5^2 + x^2 \rightarrow x = 5.\sqrt{3}$

Letra D

QUESTÃO 10

A circunferência tem centro (4, 4) e raio igual a 4. A área hachurada é igual a diferença entre a área de um quadrante de círculo e a área do triângulo ABC.

$$A = \frac{\pi.R^2}{4} - \frac{b.h}{2} = \frac{\pi.4^2}{4} - \frac{4.4}{2} = 4.\pi - 8 = 4.(\pi - 2)$$

Letra C

QUESTÃO 11

O raio da circunferência é a distância do centro à reta, logo: $R = \frac{|3.5+4.3-12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{15}{5} = 3$

$(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 9$

$x^2 + y^2 - 10.x - 6.y + 25 = 0$

Letra A

QUESTÃO 12

$C = 2.\pi.R \rightarrow R = \frac{70}{2.\pi} = \frac{35}{\pi}$

$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = (\frac{35}{\pi})^2 \rightarrow x^2 + y^2 = (\frac{35}{\pi})^2$

Letra B

QUESTÃO 13

A = 1, B = 0 e C = $a^2 + b^2 - r^2 = 1 + 4 - 25 = -20$

A – B – C = 1 + 0 + 20 = 21

Letra D

QUESTÃO 14

A medida do raio é igual a metade da medida da diagonal do quadrado, pois a circunferência será circunscrita.

$R = \frac{l.\sqrt{2}}{2} = \frac{10.\sqrt{2}}{2} = 5.\sqrt{2}$

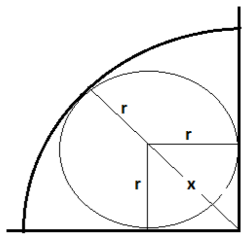
$(x - 10)^2 + (y - 8)^2 = (5.\sqrt{2})^2$

$x^2 + y^2 - 20.x - 16.y + 114 = 0$

Letra C

QUESTÃO 15

O raio da circunferência menor é 2, pois a sua área é: $\pi.r^2 = 4.\pi$.



O segmento x é a diagonal de um quadrado de lado r = 2.

$R = r + x = r + r.\sqrt{2} = 2 + 2.\sqrt{2}$

$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = (2 + 2.\sqrt{2})^2$

$x^2 + y^2 - 8.x - 6.y + 13 - 8.\sqrt{2} = 0$

Letra D

QUESTÃO 16

O centro da circunferência é (4, 4). A distância será:

$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta x)^2} = \sqrt{(4-1)^2 + (4-8)^2} = 5$$

Letra D

QUESTÃO 17

Centro C (2, -3)

$a^2 + b^2 - r^2 = -3$

$4 + 9 + 3 = r^2$

r = 4

2 -3 + 4 = 3

Letra B

QUESTÃO 18

As circunferências têm raios iguais a 1.

A distância entre os centros (1, 2) e (-2, 1) é:

$$d = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta x)^2} = \sqrt{(1+2)^2 + (2-1)^2}$$

$$d = \sqrt{10}$$

Os dois pontos A e B mais próximos das circunferências estão a uma distância igual a:

$$\sqrt{10} - 1 - 1 = \sqrt{10} - 2$$

Letra E

QUESTÃO 19

A circunferência externa tem centro C (4, 4)

$a^2 + b^2 – R^2 = 7$

$16 + 16 - 7 = R^2$

R = 5

Logo o raio da interna é r = R – 2,5 = 5 – 2,5 = 2,5 cm (2,5 = 5/2)

A área interna será A = $\pi.r^2$ = 25. π/4 cm^2.

Letra C

QUESTÃO 20

O ponto (0, 0) pertence a circunferência e o seu centro (a, b) é tal que a < 0 e b > 0.

Letra D

QUESTÃO 21

A circunferência externa tem centro C (2, 2)

$a^2 + b^2 – R^2 = 7{,}84$

$4 + 4 – 7{,}84 = R^2$

$R^2 = 0{,}16$

R = 0,40

H = 2 – 0,40 = 1,60 m

Letra C

QUESTÃO 22

I. $x^2 + 2.x + y^2 – 2.y – 2 = 0 \rightarrow (x + 1)^2 + (y – 1)^2 = 4$

Centro (-1, 1) e raio 2.

II. não é circunferência pois o coeficiente de y^2 é igual a -1.

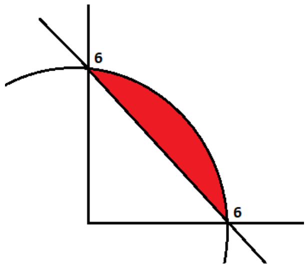
III. não é circunferência pois tem um termo em xy.

IV. $x^2 - 4.x + y^2 – 5 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 + (y – 0)^2 = 9$

Centro (2, 0) e raio 3.

Letra E

QUESTÃO 23



A área é igual a área de um quarto de círculo menos a área do triângulo isósceles.

$$A = \frac{\pi.6^2}{4} - \frac{6.6}{2} = 9.(\pi - 2)$$

Letra C

QUESTÃO 24

A reta tem coeficiente angular igual a:

m = (5 + 15)/(30 + 30) = 20/60 = 1/3

A equação da reta será y = (1/3)x + b

Como a reta passa pelo ponto (30, 5), teremos:

5 = 10 + b, logo b = -5.

y = (1/3)x – 5

x – 3y – 15 = 0

O raio da circunferência é a distância entre o ponto (-5, 10) e a reta x – 3.y – 15 = 0.

$$R = d = \frac{|a.x_0 + b.y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$R = \frac{|1.(-5) - 3.10 - 15|}{\sqrt{(1)^2 + (-3)^2}}$$

$$R = \frac{50}{\sqrt{10}} \rightarrow R^2 = 250$$

A equação da circunferência será:

$(x + 5)^2 + (y – 10)^2 = 250$

No eixo dos y temos x = 0.

$$(0+5)^2 + (y-10)^2 = 250$$

$$(y-10)^2 = 250 - 25 \rightarrow (y-10)^2 = 225$$

$$y - 10 = \pm 15 \rightarrow y' = 25 \text{ ou } y'' = -5$$

A distância entre y = 25 e y = -5 é 30 metros.

Letra C

QUESTÃO 25

O centro é o ponto médio de AB, M (4; 3,5) e o raio é a metade da distância AB.

Por Pitágoras:

$$AB^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow AB = 5 \rightarrow R = 2{,}5$$

$(x – 4)^2 + (y – 3{,}5)^2 = 2{,}5^2$

$x^2 + 8.x + 16 + y^2 – 7.y + 12{,}25 = 6{,}25$

$x^2 + y^2 + 8.x – 7.y + 22 = 0$

Letra D

QUESTÃO 26

A região procurada não está no II e no III quadrante, pois $x \geq 0$.
É interior a circunferência, pois $x^2 + y^2 \leq 16$ e dentro da região côncava da parábola, posto que $y \geq x^2$.
Letra Ⓑ

QUESTÃO 27

O ponto tem coordenadas (0, 3)
AB é a diagonal de um quadrado de lado L = 2.
$$AB = L.\sqrt{2} \rightarrow R = 2.\sqrt{2}$$
$$(x - 0)^2 + (y - 3)^2 = (2.\sqrt{2})^2$$
$$x^2 + y^2 - 6.y + 1 = 0$$
Letra Ⓒ

QUESTÃO 28

O centro da circunferência é (-3, -2) e uma reta paralela à bissetriz dos quadrantes pares é da forma y = - x + b.
Então -2 = 3 + b, ou seja, b = -5.
x + y + 5 = 0
Letra Ⓐ