13

RESOLUÇÕES

ANÁLISE COMBINATÓRIA

QUESTÃO 01

Devemos considerar o número de maneiras distintas de se colocar 6 filhos no primeiro quarto. Para isto devemos fazer uma combinação de 10 elementos tomados 6 a 6: $C_{10,4} = \frac{10!}{6!x4!}$

Letra C

QUESTÃO 02

Daniela vai colocar x pulseiras no braço esquerdo e y no braço direito. Então, x + y = 5.
O total de soluções inteiras não negativas da equação acima é dada por: $\frac{6!}{5!} = 6$. Em cada distribuição das pulseiras no braço, Daniela pode permutá-las, logo, o número de arranjos diferentes que Daniela pode fazer usando todas essas pulseiras é 6x5! = 6x120 = 720.

Letra E

QUESTÃO 03

Considerando que as quatro vagas desocupadas são objetos idênticos, segue que o resultado é dado por: $\frac{10!}{3!x2!x4!} = 12.600$

Letra A

QUESTÃO 04

Em relação aos carros que ficarão na entrada, existem 4 maneiras de escolher o compacto e 6 modos de escolher a caminhonete. Já para o estande da região central, tem-se 3 escolhas para o compacto e 5 para a caminhonete. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que o número de possibilidades para compor os estandes é igual a: 4.6.3.5 = 360 = 2.2.$C_{4,2}$.$C_{6,2}$.

Letra C

QUESTÃO 05

Sabendo-se que cada caminhão cegonha possui 10 carros e que é preciso ao menos um carrinho de cada cor, então restam 6 carrinhos nos quais as cores podem ser permutadas.
Sendo a, b, c, d a quantidade de carrinhos brancos, laranjas, amarelos e verdes, além dos 4 já pintados (um de cada cor), tem-se: a + b + c + d = 6.
A quantidade de soluções inteiras não negativas dessa equação de quatro variáveis será: $P_9^{6,3} = \frac{9!}{6!x3!} = C_{9,3}$

Letra B

QUESTÃO 06

Uma pilha pode ter blocos de duas ou três cores distintas. Para as pilhas de blocos de duas cores existem 2 escolhas para a cor repetida e 3 para a segunda cor. Definidos os blocos, é possível dispô-los de $P_3^{(2)} = \frac{3!}{2!} = 3$ maneiras.
Logo, pelo Princípio Multiplicativo, segue que existem 2x3x3 = 18 pilhas com blocos de duas cores.
Ademais, para as pilhas de blocos de três cores distintas, sabemos que existem 4 modos de escolher a primeira cor, 3 modos de escolher a segunda cor e 2 modos de escolher a última cor. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que há 4x3x2 = 24 pilhas possíveis.
Finalmente, pelo Princípio Aditivo, podemos concluir que o resultado é 18 + 24 = 42.

Letra C

QUESTÃO 07

Existem $\binom{6}{2} \cdot \binom{7}{3} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} \cdot \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 525$ modos de formar uma comissão com 2 vereadores da situação e 3 da oposição.
Dentre essas possibilidades, $\binom{5}{1} \cdot \binom{6}{2} = 75$ apresentam os dois líderes.
Logo, há 525 – 75 = 450 maneiras para esse caso.
Por outro lado, há $\binom{6}{3} \cdot \binom{7}{2} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} \cdot \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 420$ maneiras de formar uma comissão com 3 vereadores da situação e 2 da oposição.
Porém, nessas comissões estão incluídas $\binom{5}{2} \cdot \binom{6}{1} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot 6 = 60$ possibilidades nas quais os dois líderes figuram.
Em consequência, há $420 - 60 = 360$ comissões possíveis.
Portanto, pelo Princípio Aditivo, segue que a resposta é 450 + 360 = 810.

Letra D

QUESTÃO 08

Lembrando que 2,5 horas = 9.000 segundos.
Se d é número de algarismos da senha ímpar, podemos escrever que o número n de senhas será dado por: n = 9.000/1,8 = 5.000 = 5.10^3 e n = $5x10^{d-1}$.
Perceba que d = 4, quadrado perfeito.

Letra A

QUESTÃO 09

Utilizando a permutação simples com repetição de elementos, pode-se escrever: $P_6^{2,2} = \frac{6!}{2!x2!} = 180$

Letra A

QUESTÃO 10

Devemos fazer uma permutação de 10 com repetição de 3 com repetição de 3 e com repetição de 2 e com repetição de 2: $P_{10}^{3,3,2,2} = \frac{10!}{3!x3!x2!x2!} = 25.200$

Letra A

QUESTÃO 11
Número de combinações do total de pontos três a três: $C_{16,3} = \frac{16!}{13!x3!} = 560$
Número de combinações dos 10 pontos de uma reta três a três: $C_{10,3} = \frac{10!}{7!x3!} = 120$
Número de combinações dos 6 pontos da outra reta três a três: $C_{6,3} = \frac{6!}{3!x3!} = 20$
Portanto, o total de triângulos será dado por:
560 – 120 – 20 = 420.
Letra **D**

QUESTÃO 12
(n + 2).(3.n + 2) = 1007
Fatorando 1007.
(n + 2).(3.n + 2) = 19x53
Logo, n = 17.
Letra **A**

QUESTÃO 13
Total de placas possíveis no modelo em estudo: $26^4 \cdot 10^3$
Total de placas possíveis no modelo atual: $26^3 \cdot 10^4$
Razão entre os dois valores: $\frac{26^4.10^3}{26^3.10^4} = 2,6.$
Portanto, o aumento será de 2,6 – 1 = 1,6 (160%), ou seja, menos que o dobro.
Letra **A**

QUESTÃO 14
Escolhendo 3 lugares para as letras $C_{6,3} = 20.$
x = $C_{6,3}.26.26.26.10.10.10$ = 20.26.26.26.10.10.10
y = 26.26.26.10.10.10.10
Logo, $\frac{x}{y} = \frac{20.26.26.26.10.10.10}{26.26.26.10.10.10.10} = 2.$
Letra **B**

QUESTÃO 15
Escolhendo jogos de 5 números na cartela premiada: $C_{6,5} = 6.$
Para cada jogo com exatamente 5 números premiados (quina), temos 20 – 6 = 14 opções para o sexto número.
Logo,14x6 = 84.
Letra **B**

QUESTÃO 16
8 crianças (4 meninos e 4 meninas)
1 menino e 1 menina $\rightarrow C_{4,1} \cdot C_{4,1} = 4 \cdot 4 = 16$
2 meninos e 2 meninas $\rightarrow C_{4,2} \cdot C_{4,2} = 6 \cdot 6 = 36$
3 meninos e 3 meninas $\rightarrow C_{4,3} \cdot C_{4,3} = 4 \cdot 4 = 16$
4 meninos e 4 meninas $\rightarrow C_{4,4} \cdot C_{4,4} = 1 \cdot 1 = 1$
Somando, temos: 16 + 36 + 16 + 1 = 69
Letra **C**

QUESTÃO 17
Número de possibilidades de 84 apostas de seis dezenas diferentes. $84.C_{6,5}$ = 84. 6 = 504.
Número de possibilidades de se obter a quina com uma única aposta de 9 dezenas. $C_{9,5}$ = 126
126 é a quarta parte de 504.
Letra **C**

QUESTÃO 18
Vamos representar os gols assinalados pelo time A pela própria letra A e B os gols assinalados pelo próprio time B. Serão 5 gols de A e 3 gols de B e várias sequências possíveis: AABBABAA; BABABAAA; AAAAABBB;
As diferentes sequências de gols serão dadas pelo número de permutações com 5 letras A e 3 letras B:
$P_8^{5,3} = \frac{8!}{5!x3!} = 56$ modos.
Letra **E**

QUESTÃO 19
$P_5^{3,2}.P_3^{1,2} = \frac{5!}{3!.2!}.\frac{3!}{2!.1!} = 10x3 = 30$
Letra **E**

QUESTÃO 20
O número total de possibilidades é:
$C_{9,2}.C_{7,3}.C_{4,4} = 36x35x1 = 1.260$
Com os dois juntos na primeira barraca:
$C_{2,2}.C_{7,3}.C_{4,4} = 1x35x1 = 35$
Com os dois juntos na segunda barraca:
$C_{7,2}.C_{5,1}.C_{4,4} = 21x5x1 = 105$
Com os dois juntos na terceira barraca:
$C_{7,2}.C_{5,3}.C_{2,2} = 21x10x1 = 210$
1.260 – 350 = 910
Letra **E**

QUESTÃO 21
No total: $C_{9,5} = 126$
Com Andreia e Manoel sem Alberto:
$C_{6,3} = 20$
Com Andreia e Alberto sem Manoel:
$C_{6,3} = 20$
Com Andreia, Manoel e Alberto:
$C_{6,2} = 15$
126 – 20 – 20 – 15 = 71
Letra **A**

QUESTÃO 22
PC_7 = (7 - 1)! = 6! = 720
Letra **A**

QUESTÃO 23
PC_{10} – 2.PC_9 = 9! – 2x8! = 9x8! – 2x8! = 7x8!
Letra **C**

QUESTÃO 24
$PC_5 x P_5$ = 4!x5!
Letra **A**

QUESTÃO 25
Existem $\binom{3}{1} = 3$ maneiras de escolher o capitão, $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$ modos de escolher os tenentes e $\binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = 21$ maneiras de escolher os sargentos.
Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $3 \cdot 10 \cdot 21 = 630.$
Letra **A**

QUESTÃO 26

Determinado, inicialmente, todas as possibilidades de se formar bancas com 3 examinadores.

$$C_{20,3} = \frac{20!}{3! \cdot 17!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{6 \cdot 17!} = 1140$$

Como o presidente pode ser cada um de seus membros, o total de comissões será dado por: $3 \cdot 1140 = 3420$

Letra E

QUESTÃO 27

Podemos escolher o par do primeiro canhoto de 6 maneiras e o par do segundo canhoto de 5 modos. Ademais, a terceira dupla pode ser formada de $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 6$ maneiras e a 4ª dupla de $\binom{2}{2} = 1$ modo.

Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $6 \cdot 5 \cdot 6 = 180$. Contudo, observe que algumas das duplas que não apresentam canhotos foram contadas duas vezes. Assim, a resposta é $\frac{180}{2} = 90$.

Letra C

QUESTÃO 28

Há $\binom{20}{2} = \frac{20!}{2! \cdot 18!} = 190$ modos de escolher 2 figurinhas, 10 maneiras de escolher um bonequinho e 4 modos de escolher um docinho.

Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $190 \cdot 10 \cdot 4 = 7600$.

Letra B

QUESTÃO 29

$$\text{total de maneiras} = 6 + C_{5,2}$$

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$$

$$\text{total de maneiras} = 6 + 10 = 16$$

Letra C

QUESTÃO 30

$\text{vitória} \Rightarrow 3 \text{ pontos}$

$\text{empate} \Rightarrow 2 \text{ pontos } (1 \text{ para cada time})$

$$C_{6,2} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

$\text{máx. pontos} = 15 \cdot 3 = 45 \text{ pontos}$

$9 + 6 + 4 + 2 + 6 + 13 = 40 \text{ pontos} \Rightarrow 5 \text{ empates}$

Letra B

QUESTÃO 31

Existem $\binom{12}{4}$ modos de escolher os vagões pintados na cor vermelha, $\binom{8}{3}$ maneiras de escolher os vagões pintados na cor azul, $\binom{5}{3}$ modos de escolher os vagões que serão pintados na cor verde e $\binom{2}{2}$ maneiras de escolher os vagões pintados na cor amarela.

Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $\binom{12}{4} \times \binom{8}{3} \times \binom{5}{3} \times \binom{2}{2}$.

Letra E

QUESTÃO 32

$$\underline{9}\ \underbrace{\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}}_{9!}\ \underline{8}$$

Como os alunos medalhistas do primeiro esquadrão ficarão um ao lado do outro e o mesmo ocorre com os medalhistas do terceiro esquadrão, pelo princípio multiplicativo, segue que o número de fotografias distintas possíveis é: $9 \cdot 8 \cdot 9! \cdot 3! \cdot 2! = (864) \cdot 9!$

Letra D

QUESTÃO 33

Para distribuir os rapazes nos três sofás, sendo um em cada sofá, temos $3!$ maneiras diferentes.

Para distribuir as moças nos três sofás, sendo um em cada sofá, temos $3!$ maneiras diferentes.

Devemos, também, lembrar da ordem do rapaz e da moça em cada sofá, ou seja, $2!$

Portanto, quantidade de maneiras que essas pessoas podem se sentar nesses sofás, de modo que em cada sofá fiquem assentados um rapaz e uma moça, é: $3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! = 3! \cdot 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3!$

Letra A

QUESTÃO 34

Considerando que x, y, z, w e k sejam a quantidade de cada tipo de refrigerante, temos a seguinte equação:

$$x + y + z + w + k = 3$$

O número de soluções inteiras desta equação será dada por: $P_7^{3,4} = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = 35$

Letra D

QUESTÃO 35

Como existem cinco funcionários e no mínimo um trabalha, temos cinco combinações variando de um a cinco funcionários, logo:

$$X = C_{5,1} + C_{5,2} + C_{5,3} + C_{5,4} + C_{5,5}$$

$$X = \frac{5!}{1!\,(5-1)!} + \frac{5!}{2!\,(5-2)!} + \cdots + \frac{5!}{1!\,(5-5)!}$$

$$X = 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 31$$

Letra D

QUESTÃO 36

Existem 5 maneiras de colocar o primeiro tudo, 4 modos de colocar o segundo tubo e 3 maneiras de colocar o terceiro tubo. Logo, desconsiderando qualquer restrição, pelo Princípio Multiplicativo, temos $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ modos de colocar os tubos.

Por outro lado, existem 2 maneiras de colocar o tubo A em uma das extremidades, 4 modos de colocar o segundo tubo e 3 maneiras de colocar o terceiro tubo. Portanto, novamente pelo Princípio Multiplicativo, temos $2 \cdot 4 \cdot 3 = 24$ modos de dispor os tubos, de tal sorte que A ocupe uma das extremidades. A resposta é $60 - 24 = 36$.

Letra C

QUESTÃO 37

Desde que existem 2 maneiras de responder cada um dos 10 itens, pelo Princípio Multiplicativo, podemos afirmar que a resposta é $2^{10} = 1024$.

Letra **E**

QUESTÃO 38

Há 3 possibilidades para a escolha do goleiro.

O total de maneiras de escolher os outros três jogadores, após a escolha do goleiro é dado por:

$$C_{12,3} = \frac{12!}{3!\cdot(12-3)!} = \frac{12!}{3!\cdot 9!} = \frac{12\cdot 11\cdot 10\cdot 9!}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 9!}$$

$C_{12,3} = 220$

Assim, o total de maneiras de escolher os quatro jogadores, pelo princípio fundamental da contagem é:

$3\cdot 220 = 660$

Letra **B**

QUESTÃO 39

O número de interruptores será igual ao número de combinações de 6 elementos (lâmpadas) tomados de 3 em 3.

$C_{6,3} = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$

Letra **B**

QUESTÃO 40

Como o campus possui sete professores e a cada aula três lecionam, basta aplicar a combinação de sete, três a três.

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!\,(7-3)!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{3!\,4!} = 35 \text{ semanas.}$$

Calculando em meses, basta dividir por quatro:

$\frac{35}{4} = 8 \text{ meses e } 3 \text{ semanas.}$

Letra **E**

QUESTÃO 41

O resultado corresponde ao número de arranjos simples de 5 objetos tomados 3 a 3, ou seja, $A_{5,\,3} = \frac{5!}{2!} = 60$.

Letra **B**

QUESTÃO 42

$A_{8,\,2} = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6!}{6!} = 56$

Perceba que a ordem (diretor e vice) é importante, por isso usa-se arranjo.

Letra **D**

QUESTÃO 43

Consideremos a seguinte nomenclatura:

A: mesa de menor comprimento entre os comprimentos das mesas A, B e C.

B: mesa de comprimento intermediário entre os comprimentos das mesas A, B e C.

C: mesa de maior comprimento entre os comprimentos das mesas A, B e C.

Do enunciado, há duas possibilidades, sendo:

Possibilidade 1: o vaso verde e o vaso azul ficam na mesa B

Há 4 possibilidades de escolha para a mesa A (ou amarelo ou vermelho ou branco ou preto).

Há $2\cdot 1$ maneiras de se colocar os vasos de cor azul e verde na mesa B.

Há $3\cdot 2\cdot 1$ maneiras de se colocar os três vasos restantes (após as escolhas das mesas A e B) na mesa C.

Depois de colocados os vasos nas mesas A, B e C, podemos permutar todas as mesas, o que pode ser feito de $3\cdot 2\cdot 1$ maneiras.

A	B	C	permutação das mesas
4	$2!$	$3\cdot 2\cdot 1$	$3!$

Assim, há $4\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 288$ maneiras de se organizar os vasos.

Possibilidade 2: o vaso verde e o vaso azul ficam na mesa C

Como os vasos azul e verde precisam ficar lado a lado, há duas maneiras de se organizar os três vasos na mesa C (os vasos azul e verde à esquerda ou os vasos azul e verde à direita). Uma vez escolhido o lado para se colocar os vasos azul e verde (direito ou esquerdo), há $2!$ maneiras de se organizar os vasos azul e verde. Há 4 possibilidades de escolha para o terceiro vaso que ficará na mesa C (ou amarelo ou vermelho ou branco ou preto).

Assim, há $2\cdot 2!\cdot 4 = 16$ maneiras de se organizar os três vasos na mesa C.

Há 3 possibilidades de escolha para a mesa A (3 que sobram após se colocar 3 na mesa C).

Há $2!$ possibilidades de se organizar os vasos na mesa B (permutar os 2 que sobram após a organização das mesas C e A).

Depois de colocados os vasos nas mesas A, B e C, podemos permutar todas as mesas, o que pode ser feito de $3\cdot 2\cdot 1$ maneiras.

A	B	C	permutação das mesas
3	$2!$	$2!\cdot 2\cdot 4$	$3!$

Assim, pelo princípio multiplicativo, há:

$$16\cdot 3\cdot 2!\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 576$$

Então, pelo princípio aditivo, há $288 + 576 = 864$ maneiras de se organizar os vasos nas mesas A, B e C, nas condições dadas.

Letra **A**

QUESTÃO 44
Como cada tarefa pode ser distribuída de três modos distintos, podemos concluir, pelo Princípio Multiplicativo, que o resultado é $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$.
Letra C

QUESTÃO 45
Pelo enunciado pode-se deduzir que a cor da listra e a da lateral precisam ser diferentes para que a listra seja visível. Assim, a listra só precisa ser de uma cor distinta da cor da lateral, logo as possibilidades são: 5 possibilidades de cor na tampa, 5 possibilidades de cor na lateral e 4 possibilidades de cor na listra.
Pelo Princípio Fundamental da Contagem, tem-se: $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ possibilidades
Letra A

QUESTÃO 46
Existem $26 - 2 = 24$ ternas de letras consecutivas e $10 - 3 = 7$ quadras de algarismos consecutivos.
Assim, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $24 \cdot 7 = 168$.
Letra A

QUESTÃO 47
Desde que o número de maneiras de escolher dois tenistas quaisquer é $\binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!}$, e o número de modos de escolher dois tenistas canhotos é $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!}$, tem-se que o resultado é dado por $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$.
Letra A

QUESTÃO 48
Duas vermelhas e uma azul: $C_{9,2} \cdot 7 = 36 \cdot 7 = 252$
Duas azuis e uma vermelha: $C_{9,2} \cdot 7 = 36 \cdot 7 = 252$
Portanto, o tempo total será de $252 + 252 = 504$ segundos.
Como, $504 = 8 \cdot 60 + 24$, temos: $x = 8$ e $u = 24$.
Letra B

QUESTÃO 49
$P_n^{\alpha,\beta,\theta,...} = \frac{n!}{\alpha!\beta!\theta!...} \Rightarrow P_8^{5,3} = \frac{8!}{5!3!} = 56$
Letra E

QUESTÃO 50
Para ir de P a R, por qualquer trajeto, há 8 segmentos horizontais e 3 verticais. Assim, o número de caminhos possíveis é igual a $P_{11}^{(8,\,3)} = \frac{11!}{8! \cdot 3!} = 165$.
Por outro lado, para ir de P a R, passando por Q, existem $P_6^{(5)} \cdot P_5^{(3,\,2)} = \frac{6!}{5!} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = 60$ possibilidades.
Em consequência, a resposta é $165 - 60 = 105$.
Letra A

QUESTÃO 51
Considerando as vogais: a, e, i, o e u; existem $P_5 = 5!$ modos de dispor as vogais, 4 modos de escolher o primeiro algarismo par e 3 modos de escolher o segundo algarismo par. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é $5! \cdot 4 \cdot 3 = 1.440$.
Letra C

QUESTÃO 52
Como cada pessoa receberá no mínimo duas moedas, devemos calcular o número de maneiras de distribuir 6 moedas para 3 pessoas.
Assim, o resultado pedido corresponde ao número de soluções inteiras e não negativas da equação:
$x + y + z = 6$, isto é, $CR_3^6 = \binom{8}{6} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = 28$.
Letra B

QUESTÃO 53
O número de opções que eles terão para escolher seus respectivos armários é igual ao arranjo de
8 armários 2 a 2. Ou seja: $A_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 8 \cdot 7 = 56$
Letra D

QUESTÃO 54
Considere 16 posições consecutivas de uma fila, em que as posições de ordem ímpar serão ocupadas pelos 8 filmes de ação, as 5 primeiras posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de comédia, e as 3 últimas posições de ordem par serão ocupadas pelos filmes de drama. Daí, os filmes de ação podem ser dispostos de $P_8 = 8!$ modos, os de comédia de $P_5 = 5!$ maneiras e os de drama de $P_3 = 3!$ possibilidades. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, segue-se que o resultado é $8! \times 5! \times 3!$.
Letra B

QUESTÃO 55
Supondo que ao modificar a ordem das fotos obtemos composições distintas, tem-se que o número de maneiras possíveis de fazer uma composição é dado por:
$P_4 \cdot (5 \cdot 6 \cdot 4)^4 = 24 \cdot 120^4$.
Letra A

QUESTÃO 56
Supondo que serão utilizadas apenas as vogais a, e, i, o e u, segue-se, pelo Princípio Multiplicativo, que a resposta é $10 \cdot 10 = 100$.
Observação: Considerando o acordo ortográfico de 2009, a questão não teria resposta.
Letra A

QUESTÃO 57

Se não houvesse restrições de número de bolas por caixa, o total de maneiras possíveis de guardar as 4 bolas seria de $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$. Porém, de acordo com a restrição imposta no enunciado, deste total é preciso descontar as maneiras que contemplam mais de duas bolas por caixa, ou seja:

1) Uma caixa com 3 bolas, outra com 1 e as outras duas com nenhuma:

$4 \cdot C_4^3 \cdot 3 \cdot C_1^1 = 4 \cdot \frac{4!}{3!} \cdot 3 = 4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ maneiras

2) Uma caixa com 4 bolas e as outras com nenhuma: há apenas 4 possibilidades, visto que só existem 4 caixas e que todas as bolas serão guardadas na mesma caixa.

Assim, o total de maneiras de Sr. José pode guardar todas as 4 bolas de forma que uma mesma caixa não contenha mais do que duas bolas, é igual a $256 - 48 - 4 = 204$.

Letra D

QUESTÃO 58

Pelo Princípio Multiplicativo, podemos formar $23 \cdot 23 \cdot 23 \cdot 23 = 23^4$ códigos, sem qualquer restrição, utilizando as 23 letras do alfabeto. Por outro lado, o número de códigos em que figuram apenas vogais, também pelo Princípio Multiplicativo, é dado por $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$. Em consequência, o resultado pedido é igual a $23^4 - 5^4$.

Letra D

QUESTÃO 59

Supondo que os 8 tipos são distintos, segue que existe $\binom{8}{5} = \frac{8!}{5! \times 3!} = 2^3 \times 7$ maneiras diferentes de escolher 5 tipos de sabão em pó entre 8 disponíveis.

Letra A

QUESTÃO 60

Qualquer que seja o percurso de A até B, serão necessários 5 deslocamentos para frente e 5 para a direita.

Logo, existem $P_{10}^{(5,\,5)} = \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 252$trajetos possíveis.

Por outro lado, existem $P_6^{(4,\,2)} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$percursos de A até C, e $P_4^{(3)} = \frac{4!}{3!} = 4$ trajetos de C até B.

Desse modo, pelo PFC, há $15 \cdot 4 = 60$ percursos de A até B passando por C.

Portanto, o resultado pedido é dado por $252 - 60 = 192$.

Letra A

QUESTÃO 61

Existem 4 maneiras de escolher uma mulher da repartição A, e 3 maneiras de escolher um homem da repartição B. Logo, pelo PFC, existem $4 \cdot 3 = 12$ modos de escolher uma mulher da repartição A e um homem da repartição B. Por outro lado, existem 6 maneiras de escolher um homem da repartição A, e 7 maneiras de escolher uma mulher da repartição B. Assim, existem $6 \cdot 7 = 42$ modos de escolher um homem da repartição A e uma mulher da repartição B. Logo, é possível ocupar os dois cargos de $12 + 42 = 54$ maneiras.

Letra D

QUESTÃO 62

$\frac{4!}{2} = 12$ (foi divido por 2 pois o saneamento básico deve aparecer antes do calçamento)

Letra C

QUESTÃO 63

Há 10 modos distintos pelos quais o torneio pode se desenvolver:

AA
BB
BAA
ABB
BABB
ABAA
BABAB
ABABA
ABABB
BABAA

Letra B

QUESTÃO 64

Todas as senhas possíveis 5.5.5.5 = 625
senhas com o 1 seguido pelo 3 = 74
Senhas possíveis = 625 – 74 = 551

1	3			ou		1	3		ou			1	3
		5	5		5			5		5	5		

5.5 + 5.5 + 5.5 = 75

a sequência | 1 | 3 | 1 | 3 | foi contada duas vezes

logo 75 - 1 = 74

Letra A

QUESTÃO 65

O resultado pedido é igual ao número de soluções inteiras e positivas da equação $x + y + z = 7$, onde x, y e z representam o número de bolas em cada caixa.

$$a + b + c = 4.$$

O número de soluções dessa equação é dado por:

$$CR_{3,4} = C_{6,4} = 15.$$

Letra A

QUESTÃO 66

Como devemos alternar A, M e R, vou fazer com uma ordem qualquer e depois multiplicar por 3 fatorial.

- Número primos: 2, 3, 5, 7
- Números pares: 0, 2, 4, 6, 8

Suponhamos que seja, aleatoriamente M_A_R_:
Devemos tomar cuidado com o 2.
Após o A deve vir um número primo.
Vamos dividir em dois casos: esse número primo é 2; esse número primo não é 2.

- Esse número é 2:

1x4x1x1x1x3 = 12
Os locais de letras já foram estabelecidos então coloquei 1, assim como o local do 2 (após o A) também foi. Como usei o 2 e os números não se repetem, para os dois espaços restantes ondem devem aparecer vogais, temos 4 e 3 possibilidades, pois o 2 não se inclui.

- Esse número não é 2:

1x5x1x3x1x4 = 60
As letras já foram estabelecidas, então coloquei 1. O número par agora pode ser 2, então são 5 e depois 4 possibilidades. O número primo não pode ser 2, então são 3 possibilidades.
Como as letras A, M e R mudam de ordem, multiplicamos o resultado por 3 fatorial:
(60 + 12).3! = 72.3.2 = 144.3 = 432
Letra A

QUESTÃO 67

Homens (H): H
Mulheres (M): 37 – H
2 homens: $\binom{H}{2}.2 = \frac{H.(H-1)}{2.1}.2 = \ H^2 - H$
1 homem e 1 mulher:

$$\binom{H}{1}.\binom{M}{1} = H.(37-H) = \ 37H - H^2$$

$$\cancel{H^2} - H + 37H - \cancel{H^2} = 720$$

$$36H = 720$$

H = 20 e M =17
Letra B

QUESTÃO 68

O número de retas definidas pelas 15 moças.
"SE ELAS NÃO ESTÃO EM LINHA RETA"
É O NÚMERO DE POSSIBILIDADES DE SE ESCOLHER 2 DELAS pois cada duas, define uma reta.
É combinação e não arranjos porque a ordem não altera a reta. A reta definida por Maria e Andréia e a mesma reta definida por Andréia e Maria, ou seja, número de reta igual C(15,2) = 105.
Porém existem 8 sobre uma reta que são aquelas cujas camisetas têm a palavra aeróbica. Quando se escolheu 2 moças desse grupo de oito elas não vão definir uma reta distinta, já que todas as retas coincidem. Então, temos de subtrair das 105 retas as possibilidades de escolha de 2 pontos (moças) dessas 8 sobre a reta e que foram incluídas no número anterior, ou seja, C(8,2) = 28
Logo, o número total de retas fica 105 menos aquelas retas cuja escolha dos 2 pontos estão com as moças da "aeróbica", mas temos de somar 1 que é a reta definida por essas oito moças: 105 – 28 + 1 = 78
Letra A

QUESTÃO 69

Bem para as três primeiras posições (A) temos 3! opções de sequências de cores. Mas como tem 5 para ocupar a posição amarela, 5 para ocupar a vermelha e 5 para ocupar a verde, teremos 3!.5.5.5 modos de ocupar as 3 primeiras posições.
Dado que uma pessoa de cada cor já estão nas 3 primeiras, nas outras 3 posições (B) teremos 4 pessoas para a amarela, 4 para a vermelha e 4 para a verde, portanto; 4.4.4 modos;
nas outras 3 posições (C), serão 3.3.3 (já que duas de cada cor já foram usadas em A e B), depois 2.2.2 em D e depois 1.1.1 em E.
Multiplicando tudo então, temos: 3!5!³.
Letra C

QUESTÃO 70

$$\left.\begin{aligned} C_{13,4} &= 715 = \frac{13.12.11.10}{4.3.2.1} \\ C_{8,4} &= \frac{8.7.6.5}{4.3.2.1} = 70 \\ C_{5,4} &= 5 \end{aligned}\right\} \boxed{715 - 75 = 640}$$

Letra E

QUESTÃO 71

$$\left.\begin{aligned} C_{12,3} &= \frac{12.11.10}{3.2.1} = 220 \\ C_{9,3} &= \frac{9.8.7}{3.2.1} = 84 \end{aligned}\right\} \boxed{220 - 84 = 136}$$

Letra D

QUESTÃO 72

$C_{15,1} = 15$

$C_{14,1} = 14$

$C_{13,1} = 13$

$$C_{12,6} = \frac{12.11.10.9.8.7}{6.5.4.3.2.1} \rightarrow$$

$$15.14.13.\frac{12.11.10.9.8.7}{6.5.4.3.2.1} \rightarrow$$

$$\boxed{13.11.7^2.5.3^2.2^3}$$

Letra E

QUESTÃO 73

5 . 4 . 3 = 60 funções injetoras.
Letra C

QUESTÃO 74

(1ª) (2ª) (3ª)

$5\ .\ \underline{6}\ \underline{5}\ \underline{4}\ .\ \binom{7}{2} = 5.\ 120.\ \frac{7.6}{2.1}$ = 12.600 RESPOSTAS

Letra E

QUESTÃO 75

24 . 1 . 1 . 7 . 1 . 1 . 1 = 168 Placas

Letra B

QUESTÃO 76

$\binom{10}{4}+\binom{10}{5}+\binom{10}{6}+\binom{10}{7} = 210+252+210+120 = 792$

Letra B

QUESTÃO 77

- 1 opção de sorvete

Vermelho = 5 opções
Amarelo = 3 opções
Verde = 2 opções

- 2 opções de sorvete:

Vermelho e Verde: 5.2 = 10 opções
Vermelho e Amarelo: 5.3 = 15 opções
Amarelo e Verde: 3.2 = 6 opções

- 3 opções de sorvete:

Vermelho, Verde e Amarelo: 5.3.2 = 30
Somando tudo: 5+3+2+10+15+6+30
Total de 71 opções de casquinha
Letra A

QUESTÃO 78

2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2 = 2^{11}

Letra A

QUESTÃO 79

$$\underbrace{\square\ \square}_{C_{6,2}}\ \boxed{h_7}\ \underbrace{\square\ \square}_{C_{3,2}}$$

$C_{6,2}.\ C_{3,2}$ = 15.3 = 45

Letra D

QUESTÃO 80

A = levar neto ---> B = buscar neto

- A = 1ª atividade do dia (24 casos)

A __ __ __ E ----> 3! = 6
A __ __ E __ ----> idem
A __ E __ __ ----> idem
A E __ __ __ ----> idem

- A = 2ª atividade do dia: (18 casos)
- A = 3ª atividade do dia (12 casos)
- A = 4ª atividade do dia (6 casos)

Total = 60 casos
Letra B

QUESTÃO 81

Como há 25 mulheres que tocam:
60 – 25 = 35 não tocam.
Como há 12 homens que tocam:
40 – 12 = 28 não tocam.
Vamos às duplas:
(homem toca, mulher não toca) = 12.35 = 420.
(homem não toca, mulher toca) = 28.25 = 700.
(homem e mulher tocam) = 12×25 = 300.
Total: 420 + 700 + 300 = 1.420 modos
Letra D

QUESTÃO 82

4.1.2.1 = 8 fragmentos.
Letra B

QUESTÃO 83

80 % de 15 é 12
Chance de acertar pelo menos 12 → Ele pode acertar 12, 13, 14, 15.
n = $C_{15,\,12} + C_{15,\,13} + C_{15,\,14} + C_{15,\,15}$
n = 455 + 105 + 15 + 1
n = 576
Letra B

QUESTÃO 84

$N_{Perguntas} = 2.C_{5,2} + 2.5.C_{4,2}$

$N_{Perguntas} = 10.2 + 2.5.6$

$N_{Perguntas} = 20 + 60$

$N_{Perguntas} = 80$ perguntas

Letra C

QUESTÃO 85

4 . 3 . 3 . 3 . 3 = 324 possibilidades.
Letra A