16

RESOLUÇÕES

TRIGONOMETRIA

QUESTÃO 01

A produção é máxima quando preço é mínimo, ou seja, quando $\cos\left(\frac{\pi x-\pi}{6}\right) = -1$. O menor valor positivo de x para o qual se tem o preço mínimo é tal que

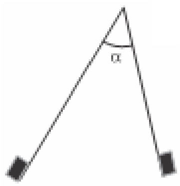
$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = \cos \pi \Rightarrow \frac{\pi x - \pi}{6} = \pi + 2k\pi$$

$x = 12k + 7,\ k \in \mathbb{Z}.$

Portanto, para $k = 0$, segue que $x = 7$, e o mês de produção máxima desse produto é julho

Letra D

QUESTÃO 02



α é divisor positivo de 24°. O número de imagens num espelho angular é dado pela fórmula $N = \frac{360°}{\alpha} - 1$.

Portanto, temos:

$$17° < \frac{360°}{\alpha} - 1 < 59°$$

$$18° < \frac{360°}{\alpha} < 60°$$

De acordo com as condições do problema, os únicos valores de α possíveis são 8 e 12. Portanto, temos dois valores possíveis para α.

Letra A

QUESTÃO 03

$$f(x) = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$2,5 = 4 + 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$-1,5 = 3\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi x}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi x}{6} = \frac{2\pi}{3} + k.2\pi \text{ ou } \frac{\pi x}{6} = \frac{4\pi}{3} + k.2\pi \text{ para k inteiro}$$

Para k = 0, temos x = 4 ou x = 8.

Para k = 1, temos x = 16 (não convém) ou x = 20 h (não convém).

Letra C

QUESTÃO 04

$$8.\text{sen}(3.\pi.t) = 4 \rightarrow \text{sen}(3.\pi.t) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$3.\pi.t = \frac{\pi}{6} + 2.k.\pi \rightarrow t = \frac{1}{18} + \frac{2.k}{3}$$

$$3.\pi.t = \frac{5.\pi}{6} + 2.k.\pi \rightarrow t = \frac{5}{18} + \frac{2.k}{3}$$

Para k = 7

$$t = \frac{19}{18}$$

Letra D

QUESTÃO 05

$$\text{sen}(2.x) = 2.\text{sen}^2 x$$

$$2.\text{senx}.\cos x = 2.\text{senx}.\text{senx}$$

$$\text{tgx} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k.\pi$$

Letra C

QUESTÃO 06

$$2.\cos^2 x - 3.\text{cosx} - 2 = 0$$

$$\text{cosx} = -\frac{1}{2} \text{ ou cosx} = 2 (\text{não convém})$$

x = 120°.

Letra A

QUESTÃO 07

cos(2x) = 1/2

2.x = {60°, 300°, 420° e 660°}

x = {30°, 150°, 210° e 330°}

Letra D

QUESTÃO 08

$$\text{sen}(2x) = 2\text{senx}$$

$$2.\text{senx}.\text{cosx} = 2\text{senx}$$

$$\text{senx}.\text{cosx} = \text{senx}$$

$$\text{senx}.\text{cosx} - \text{senx} = 0$$

$$\text{senx}.(\text{cosx} - 1) = 0$$

$$\text{senx} = 0$$

$$\text{cosx} = 1$$

x = 0, x = π e x = 2π

Letra D

QUESTÃO 09

$$\text{cotgx} + \text{tgx} = 3$$

$$\frac{\text{senx}}{\text{cosx}} + \frac{\text{cosx}}{\text{senx}} = 3$$

$$\frac{\text{sen}^2 x + \cos^2 x}{\text{senx}.\text{cosx}} = 3$$

$$\frac{1}{\text{senx}.\text{cosx}} = 3$$

$$\frac{2}{2.\text{senx}.\text{cosx}} = 3$$

$$\frac{2}{\text{sen}(2.x)} = 3$$

$$\text{sen}(2.x) = \frac{2}{3}$$

Letra D

QUESTÃO 10

Como cosx = -1,5, não existe x.

Letra A

QUESTÃO 11

$$y = 3.\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = 3.\frac{1}{2} = \frac{3}{2}\text{ m}$$

Letra B

QUESTÃO 12

$\text{senx} = \frac{1}{2}\text{sen}(750^o) = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\cos 2x = 1 - 2.\text{sen}^2 x = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Letra A

QUESTÃO 13

$B < A < \text{sen}\,\frac{\pi}{2}.$

Letra E

QUESTÃO 14

$\cos\theta = \frac{12}{13} \to \text{sen}\theta = \frac{5}{13}$

$\text{sen}(2.\theta) = 2.\text{sen}\theta.\cos\theta = \frac{120}{169}$

$A = \frac{v_0{}^2.\text{sen}(2.\theta)}{g} = \frac{10^2.\frac{120}{169}}{10} = 7,1\text{ m}$

Letra A

QUESTÃO 15

$1 + \text{sen}(2.x) = 1 + \cos x$

$2.\text{senx}.\cos x = \cos x$

$\text{senx} = \frac{1}{2}$ ou $\cos x = 0$

$x \in \{\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{5.\pi}{3}\}$

A soma totaliza $\frac{3.\pi}{2}$

Letra C

QUESTÃO 16

$f(x) = g(x) \Rightarrow \text{sen}\,x = \cos x \Rightarrow \frac{\text{sen}\,x}{\cos x} = 1 \Rightarrow \text{tg}\,x = 1$

Considerando o intervalo $[-2\pi,\ 2\pi]$, temos as seguintes soluções: $x = -\frac{5\pi}{4}, x = -\frac{3\pi}{4}, x = \frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{5\pi}{4}$

Logo, o número de soluções é 4.

Letra B

QUESTÃO 17

Desde que a função cosseno é par, temos

$\cos(x) = \cos(-x) \Leftrightarrow \cos x = \cos x \Leftrightarrow 0 \cdot \cos x = 0.$

Portanto, segue que $S = \mathbb{R}$.

Letra A

QUESTÃO 18

Para que $f(t)$ assuma seu valor máximo, basta que

$\cos\left(\frac{\pi(t-3)}{12}\right) = 1.$

Com isso, $f_{\text{máximo}} = 1,625 + 1,25 = 2,875$

De $\cos\left(\frac{\pi(t-3)}{12}\right) = 1, \frac{\pi(t-3)}{12} = 0 + k \cdot 2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

$t = 24k + 3$

$0 \le t \le 11$

$0 \le 24k + 3 \le 11$

$-3 \le 24k \le 8$

$-\frac{1}{8} \le k \le \frac{1}{3}$

Como $k \in \mathbb{Z}$ e $-\frac{1}{8} \le k \le \frac{1}{3}$, $k = 0$.

De $t = 24k + 3$ e $k = 0$, $t = 3$ (início de abril)

Assim, a maior taxa de câmbio da moeda X em relação à moeda Y atingida foi $2,875$ e ocorreu no início de abril.

Letra D

QUESTÃO 19

A moeda X deixa de ser "menos valiosa" que a moeda Y quando $f(t) \le 1$, ou seja, $1,625 + 1,25\cos\left(\frac{\pi(t-3)}{12}\right) \le 1$

$1,25\cos\left(\frac{\pi(t-3)}{12}\right) \le -0,625$

$\cos\left(\frac{\pi(t-3)}{12}\right) \le -0,5$

$\frac{2\pi}{3} + 2\pi \cdot n \le \frac{\pi(t-3)}{12} \le \frac{4\pi}{3} + 2\pi \cdot n,\ n \in \mathbb{Z}$

$8\pi + 24n\pi \le \pi(t-3) \le 16\pi + 24n\pi$

$8 + 24n \le t - 3 \le 16 + 24n$

$11 + 24n \le t \le 19 + 24n$

Para $n = 0, 11 \le t \le 19$

Mas, $0 \le t \le 11$

Então, $t = 11$

Assim, X deixa de ser "menos valiosa" que Y do início de dezembro ao fim de dezembro, ou seja, durante um mês. Note que para outros valores de n, o intervalo não refere-se ao ano em questão.

Letra E

QUESTÃO 20

$$\text{tg}(A) = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ e } \text{tg}(B) = \frac{2}{10} = 0,2$$

$$\text{tg}(A+B) = \frac{\text{tg}A + \text{tg}B}{1 - \text{tg}A.\text{tg}B}$$

$$\text{tg}(A+B) = \frac{0,1 + 0,2}{1 - 0,1.0,2} = \frac{0,3}{0,98} = \frac{15}{49}$$

$$(A+B) = \text{arctg}\frac{15}{49}$$

Letra D