3

RESOLUÇÕES

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

QUESTÃO 01

Comprimento da fita em uma volta: 2πR. Na primeira volta, veja que R = 3,01, pois são 3 cm do vazio e a espessura do papel.

Então C_1 = 2π.3,01.

Na 2ª volta, veja que R = 3,02.

Então soma-se o comprimento total:

2π.3,01 + 2π.3,02 + 2π.3,03.... + C_{100}.

Colocando 2π em evidência, teremos uma soma de PA com os raios, em que a razão é de 0,01 cm, em que o termo a_1 = 3,01 e n = 100.

Fórmula da PA:

$$S = \frac{(a_1 + a_{100}).100}{2}$$

$$a_{100} = 3,01 + 99.0,1 = 4$$

$$S = \frac{(4 + 3,01).100}{2} = 350,05$$

$$C_{total} = 2.3,14.350,05 = 22,01$$

Letra D

QUESTÃO 02

Em 6 anos, haverá economia de 12 – 5 = 7 gramas.

$$\frac{7 \text{ gramas}}{6 \text{ anos}} = \frac{7}{6} \text{ g/a}$$

Com isso, fazendo uma sequência do consumo em gramas por ano, temos:

Número de livros lidos	Número de pessoas leitoras
2019	12
2020	$12 - \frac{7}{6}$
2021	$12 - \frac{7}{6} \cdot 1$
2022	$12 - \frac{7}{6} \cdot 2$
2023	$12 - \frac{7}{6} \cdot 3$
2024	$12 - \frac{7}{6} \cdot 4$
2025	$12 - \frac{7}{6} \cdot 5$

Contudo, a economia total feita pode ser considerada como a soma das economias feitas a cada ano, dessa forma, segue:

$$\text{Economia} = \frac{7}{6} + \frac{7}{6}.2 + \frac{7}{6}.3 + \frac{7}{6}.4 + \frac{7}{6}.5 + \frac{7}{6}.6$$

Realizando a soma dos seis elementos de uma PA de razão $\frac{7}{6}$, vem: $S_6 = \frac{(a_1+a_6).6}{2} = \left(\frac{7}{6} + 7\right).3 = 24,5$

Agora, para calcularmos a economia em milhões de reais, podemos fazer o produto da economia em gramas pelo fator de economia por grama economizada.

Valor economizado = 24,5.3,2 = 78,4 milhões

Letra B

QUESTÃO 03

O número de termos da progressão aritmética na questão equivale a 16.

$$n = 16$$

A razão dessa PA é:

$$r = 790 - 720$$

$$r = 70$$

Para calcular o valor de a_n, temos:

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_n = 720 + (15).70$$

$$a_n = 1770$$

$$S = \frac{(720 + 1770)16}{2}$$

$$S = 19920$$

$$20000 - 19920 = 80$$

Para 20000 tratores, faltarão 80 unidades.

Letra E

QUESTÃO 04

Sendo a_1 = 1 e a razão = 2, como queremos a soma de 40 fileiras, temos:

$$a_{40} = 1 + (40 - 1).2 = 79$$

$$S_{40} = \frac{(1 + 79).40}{2} = 1600$$

Logo, o projeto de Clara terá 1600 árvores.

Letra B

QUESTÃO 05

Sendo a_1 = 120 e a razão = -5, como queremos a soma de 20 primeiros elementos dessa sequência formada, temos:

$$a_{20} = 120 + (20 - 1).(-5) = 25$$

$$S_{40} = \frac{(120 + 25).20}{2} = 145.10 = 1450$$

Logo, o candidato terá utilizado um total de 1450 minutos.

Letra B

QUESTÃO 06

Como de 2014 para 2015 reduziu 50 acidentes e manterá nos anos seguintes essa tendência de redução, a quantidade de acidentes nos próximos anos será:

2016 ⟹ 850 – 50 = 800

2017 ⟹ 800 – 50 = 750

2018 ⟹ 750 – 50 = 700

Logo, em 2018 o número de acidentes será de 700.

Letra D

QUESTÃO 07

Temos a seguinte tabela:

Linha	nº de elementos	Último elemento
1	4	4
2	6	4 + 6
3	8	4 + 6 + 8
⋮	⋮	⋮
100	4 + (100 – 1) . 2 = 202	4 + 6 + 8 +...+ 202

Com isso, esse último elemento da 100ª linha será:

$$S = \frac{(4+202).100}{2} = 10300$$

Dessa forma, como o último elemento da 100ª linha é 10300, então o décimo elemento da 101ª linha é o 10310.

Letra Ⓑ

QUESTÃO 08

Analisando a tabela dada, no primeiro posto, a diferença foi 12 s, no segundo, a diferença foi de 24 s, no terceiro, 36 s, com isso, vemos que essa diferença está formando uma PA de razão igual a 12 s. Contudo, para descobrir o tempo total de corridas, deve-se encontrar qual seria o último posto. Para isso, como a diferença entre cada posto é de 5 min 15 s (equivalente a 315 s) e o tempo previsto no último posto é de 1h 55 min 30 s (6930 s), o último posto será:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$6930 = 315 + (n-1).315$$

$$6615 = 315n - 315$$

$$315n = 6930 \quad \rightarrow \quad n = 22$$

Logo, como a diferença entre o tempo previsto e o tempo obtido é como uma PA de razão 12 s, então essa diferença seria de 22.12 = 264 s (4 min 24 s). Portanto, o tempo total de corrida será 1 h 59 min 54 s.

Letra Ⓒ

QUESTÃO 09

Temos que na primeira configuração há 4 lugares, na segunda há 6 lugares e na terceira há 8 lugares, com isso, a razão é 2, diante disso, como se pede a soma dos algarismos do número máximo de lugares disponíveis em uma configuração com 75 mesas, temos:

$a_{75} = a_1 + (75-1).r$

$a_{75} = 4 + 74.2 = 152$

Logo, há 152 lugares disponíveis e, consequentemente, a soma dos algarismos do número de lugares é 8.

Letra Ⓓ

QUESTÃO 10

A partir das informações dadas, temos:

$a_1 = 1$

$a_2 = 1+1 = 2$

$a_3 = 2+1 = 3$

Logo, a razão é 1 e como a soma dos elementos da nossa PA é 231, segue:

$$S = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

Como a razão é 1 e o $a_1 = 1$, $a_n = n$, teremos:

$$231 = \frac{(1 + n).n}{2}$$

$$231 = \frac{(n^2 + n)}{2}$$

$$231.2 = n^2 + n$$

$$n^2 + n - 462 = 0$$

Com isso, resolvendo essa equação do 2° grau, temos x' = 21 e x" = -22. Contudo, como não pode ser negativo. Logo, x = 21.

Letra Ⓑ

QUESTÃO 11

Como o total foi de 63 litros, o primeiro termo é de 1 litro e a razão é de 0,2 litros, segue:

$$63 = \frac{\big(1 + (1 + (n-1).0,2)\big).n}{2}$$

$$126 = (1,8 + 0,2n).n$$

$$0,2n^2 + 1,8n - 126 = 0$$

$$n^2 + 9n - 630 = 0$$

Com isso, resolvendo essa equação do 2° grau, temos que n' = 21 n" = -30, contudo, como a raiz não pode ser negativa, então o número de dias de duração deste tratamento nesta plantação foi de 21.

Letra Ⓐ

QUESTÃO 12

Sabendo que no primeiro nível tem 2 cartas, no segundo tem 5 cartas e no terceiro tem 8 cartas, já que se pede o número de cartas para construir um castelo com 40 níveis, temos:

$$S_{40} = \frac{(a_1 + a_{40}).40}{2}$$

$$S_{40} = \big(2 + (2 + 39.3)\big).20$$

$S_{40} = 121.20 = 2420$ cartas.

Letra Ⓐ

QUESTÃO 13

A partir das informações dadas, calculemos quantas moedas receberá o último a receber moedas suficientes:

$$S = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

$$500 = \frac{(1 + n).n}{2}$$

$$500 = \frac{n^2 + n}{2}$$

$$500.2 = n^2 + n$$

$$n^2 + n - 1000 = 0$$

$\Delta = 1^2 - 4(-1000) = 1 + 4000 = 4001$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{4001} = \pm 63{,}2$

$$n = \frac{-1 \pm 63}{2}$$

$$n' = \frac{-1 + 63}{2} = \frac{62}{2} = 31$$

n" = negativo (desprezamos)

Com isso, teremos a seguinte soma:

$$S = \frac{(1 + 31)31}{2} = 16.31 = 496$$

Sendo assim, sobrou 4 moedas e como 31 = 3.10+1, então o último a receber de forma completa foi A e quem recebeu o restante foi a pessoa B.

Letra A

QUESTÃO 14

Sabendo que no último intervalo o número de gotas é 100, então temos:

100 = 4 + (n-1).4

100 = 4 + 4n – 4

100 = 4n

n = 25

$$S_{25} = \frac{(a_1 + a_{25}).25}{2}$$

$$S_{25} = \frac{(4 + 4 + (25 - 1).4).25}{2}$$

$$S_{25} = \frac{104.25}{2} = 52.25 = 1300$$

Letra A

QUESTÃO 15

Calculando o P da linha 12, temos:

$$P = 12.(1 + 2 + 3 + \cdots + 25) + 25.150$$

$$P = 12.\frac{(1+25).25}{2} + 3750 = 6.26.25 + 3750 = 7650$$

Além disso, calculando P da coluna 25, temos:

$$P = 25.(1 + 2 + 3 + \cdots + 11) + 11.150$$

$$P = 25.\frac{(1+11).11}{2} + 1650 = 25.6.11 + 1650 = 3300$$

Logo, o peso total dos livros removidos devido a enchente é de 3300 + 7650 = 10950 g.

Letra A

QUESTÃO 16

Sabendo que o primeiro termo da sequência é 5, o segundo é 9 e o terceiro é 13. Com isso, temos:

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}).10}{2}$$

$$S_{10} = \big(5 + (5 + 9.4)\big).5$$

$$S_{10} = 46.5 = 230$$

Logo, pelo menos 230 bolitas.

Letra B

QUESTÃO 17

Analisando os dados expostos, a razão entre a quantidade de formandos nas fileiras foi de 2, com isso, temos:

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}).20}{2}$$

$$S_{20} = \big(1 + (1 + 19.2)\big).10$$

$$S_{20} = 40.10 = 400$$

Logo, há 400 alunos.

Letra A

QUESTÃO 18

Se, para $n \geq 2$, $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$, temos:

- Terceiro mês:

$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + 1 = 2$

- Quarto mês:

$a_4 = a_3 + a_2 = 2 + 1 = 3$

- Quinto mês:

$a_5 = a_4 + a_3 = 3 + 2 = 5$

Letra D

QUESTÃO 19

Como temos 5 elementos na PA e a razão entre os números atômicos é 4, segue:

(x – 8, x – 4, x, x + 4, x + 8).

Além disso, já que a razão entre a quantidade de nêutrons é regida por uma P.A de razão 5, segue:

(x – 10, x – 5, x, x + 5, x + 10).

Contudo o peso atômico do ferro é 26, logo, x + 8 = 26, então x = 18, obtendo a seguinte PA dos números atômicos:

(10, 14, 18, 22, 26).

Porém, o elemento mais leve possui o n° de prótons igual ao número de nêutrons, com isso, temos:

(10, 15, 20, 25, 30).

Dessa maneira, sabendo que o n° de massa de um elemento químico é dado pela soma do n° atômico com o n° de nêutrons, portanto, a massa do terceiro átomo é 18 + 20 = 38.

Letra D

QUESTÃO 20

Analisando cada corredor, temos:

$$1^\circ\ \text{corredor}: \begin{cases} a_1 = 8 \\ r = 2 \end{cases} \rightarrow a_n = 8 + (n-1).2$$

$$\rightarrow a_n = 8 + 2n - 2 = 6 + 2n$$

$$2^\circ\ \text{corredor}: \begin{cases} a_1 = 17 \\ r = 1 \end{cases} \rightarrow a_n = 17 + (n-1).1$$

$$\rightarrow a_n = 16 + n$$

Com isso, ao igualar as duas equações obtidas, segue:

$6 + 2n = 16 + n \rightarrow\ n = 10$

Como treinarão 10 dias, ambos correm 6 + 2.10 = 26km.

Logo, a distância total seria:

$$S' = (8+26).\frac{10}{2} = 170$$

$$S'' = (17+26).\frac{10}{2} = 215$$

Portanto, o total percorrido foi 385 km.

Letra A

QUESTÃO 21

Analisando as figuras expostas, temos que a razão entre cada uma delas é 4, com isso, como uma hora tem 60 minutos, o número de vírus será:

$$a_{60} = a_1 + (60-1).r$$

$$a_{60} = 1 + 59.4 = 237$$

Logo, haverá 237 vírus ao final de uma hora.

Letra C

QUESTÃO 22

Percebemos que na primeira linha há um número ímpar, na segunda há 2, na terceira há 3 e assim por diante. Dessa forma, na 10° linha haverá 10 números ímpares. Contudo, 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55, portanto há 55 números ímpares ao todo e até a 9° linha há 45 números. Dessa forma, como a soma dos n primeiros números ímpares vale n^2, então a soma dos elementos da 10° linha será $55^2 - 45^2$, pois seria a soma de todos os elementos subtraído de todos os elementos até a 9° linha. Logo, essa soma seria 1000.

Letra C

QUESTÃO 23

Área do 1° círculo (preto) = $\pi.1^2 - \pi.0^2 = \pi$

Área do 2° círculo (amarelo) = $\pi.2^2 - \pi.1^2 = 3\pi$

Área do 3° círculo (preto) = $\pi.3^2 - \pi.2^2 = 5\pi$

Área do 20° círculo (amarelo) = $\pi.20^2 - \pi.19^2 = 39\pi$

Área do 21° círculo (preto) = $\pi.21^2 - \pi.20^2 = 41\pi$

Com isso, a quantidade total de tinta amarela até o 21° dia, será: $S = (3\pi + 39\pi).\frac{10}{2} = 42\pi.5 = 210\pi$

$$\pi\ m^2 \quad \rightarrow \quad 0,5L$$

$$210\pi\ m^2 \quad \rightarrow \quad x$$

$$x = 105\ L$$

Letra B

QUESTÃO 24

	1ª coluna				
				n	
		65			
3ª linha	2x	y			130
	x	z	75		
	0				

Sabendo que a 1ª coluna tem o elemento 0, considerando que ele é o primeiro elemento da PA da coluna, temos que se o segundo elemento x, o terceiro será 2x. Ainda assim, considerando y e z os vizinhos da 2ª coluna e r a razão da PA da 3ª linha, segue:

$$1)\ 130 = 2x + 4r \qquad (I)$$

$$y = 2x + r \ \rightarrow\ r = y - 2x \quad (II)$$

De (I) e (II), temos:

$$130 = 2x + 4y - 8x \quad \rightarrow \quad y = \frac{130 + 6x}{4}$$

$$2)\ y = \frac{65 + z}{2} \quad \rightarrow \quad z = 2y - 65 \quad (III)$$

$$z = \frac{75 + x}{2} \quad (IV)$$

De (III) e (IV), temos:

$$\frac{75+x}{2} = 2y - 65 \quad \rightarrow \quad 2y = \frac{75+x}{2} + 65 \rightarrow y = \frac{(205+x)}{4}$$

Logo, obtemos:

$$\frac{130+6x}{4} = \frac{205+x}{4} \quad \rightarrow \quad 130 + 6x = 205 + x$$

$$\rightarrow 5x = 75 \ \rightarrow\ x = 15 \ \rightarrow\ 2x = 30$$

$$z = \frac{75+15}{2} = 45 \quad \rightarrow \quad y = \frac{65+45}{2} = 55$$

60	75	90	n = 105	120
45	65	85	105	125
30	55	80	105	130
15	45	75	105	135
0	35	70	105	140

Com isso, completando a tabela, temos que n = 105.

Letra E

QUESTÃO 25

Se $S_n = 2n^2$, então:

$S_1 = 2.1^2 = 2$ -- A_1

$S_2 = 2.2^2 = 8$ -- $A_1 + A_2$

$A_1 + A_2 = 8$

$2 + A_2 = 8$

$A_2 = 6.$

Então, a PA é dada por: (2, 6, 10, ...), logo, temos:

$A_n = A_1 + (n - 1).r$

$A_n = 2 + (n - 1).4$

$A_n = 4n - 2.$

Letra B

QUESTÃO 26

Como $A_1 = 40$, $A_n = 136$ e a razão é 6, temos:

$A_n = A_1 + (n - 1).R$

$136 = 40 + (n - 1).6$

$n - 1 = 16$

$n = 17$

Contudo, há 17 sábados com o sábado da inauguração, com isso, passaram-se 16 sábados.

Letra B

QUESTÃO 27

C(1) = 2.π.5 = 10π

C(2) = 10π + 2.π.5,1 = 10π + 10,2π = 20,2

C(3) = 20,2π + 2.π.5,2 = 20,2π + 10,4π = 30,6π

Assim, a única alternativa que satisfaz essas condições é a letra [A].

Letra A

QUESTÃO 28

Como no início recebeu 60 fregueses e aumentou à razão de 12 pessoas por semana, temos:

$180 = 60 + (n - 1).12$

$180 = 60 + 12n - 12$

$132 = 12n$

$n = 11$

Contudo, como não deve contar o sábado da inauguração, então houve 10 sábados.

Letra A

QUESTÃO 29

A partir do enunciado, temos a seguinte PA:

$(x; x - 2; x - 4; \dots ; a_n)$

$a_n = a_1 + (n - 1).r$

$a_n = x + (n - 1).(-2) = x + 2 - 2n$

$(x - 4).(n + 1) = \frac{(x + x + 2 - 2n).n}{2} + x - 4$

$xn + x - 4n - 4 = xn + n - n^2 + x - 4$

$n^2 - 5n = 0$

$n(n - 5) = 0$

$n' = 0 \text{ e } n'' = 5$

Como n não pode ser zero, então houve 5 partos e 6 filhos.

Letra B

QUESTÃO 30

Como os 3 lados estão em progressão aritmética, temos que esses lados são: (x - r), x, (x + r)

Dessa maneira, aplicando o Teorema de Pitágoras, segue:

$(x + r)^2 = x^2 + (x - r)^2$

$x^2 + 2xr + r^2 = x^2 + x^2 - 2xr + r^2$

$x^2 = 4xr$

$x = 4r$

Com isso, os lados são 3r, 4r e 5r, logo, ele é semelhante ao triângulo de lados 3, 4 e 5.

$\text{Área} = \frac{3r.4r}{2} = \frac{12r^2}{2} = 6r^2$

$\text{Perímetro} = 3r + 4r + 5r = 12r$

Portanto, como a área não é de 16r, então apenas as afirmativas II e III estão corretas.

Letra D

QUESTÃO 31

A partir dos dados oferecidos, temos:

$S_{24} = 3960$

$S_{15} = 2160$

$S_{24} - S_{15} = 1800$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$

$S_{24} = \frac{(a_1 + a_{24}).24}{2}$

$3960 = 12(a_1 + a_{24})$

$a_1 + a_{24} = 330$

$a_1 + a_1 + 23r = 3302$

$2a_1 + 23r = 330$ (I)

$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}).15}{2}$

$1800 = \frac{(a_1 + a_{15}).15}{2}$

$15(a_1 + a_{15}) = 3600$

$a_1 + a_{15} = 240$

$a_1 + a_1 + 14r = 240$

$2a_1 + 14r = 240$ (II)

Relacionando (I) e (II), temos:

$r = 10$

$2a_1 + 23r = 330$

$2a_1 + 23.10 = 330$

$2a_1 = 100$

$a_1 = 50$

Letra A

QUESTÃO 32

Sabendo que 10% de 150 m³ são 15 m³ e 70% de 150 m³ são 105 m³, sendo a razão = 3, a quantidade de meses para que a unidade produza 70% do volume mensal é:

$105 = 15 + (n - 1).3$

$90 = 3n - 3$

$n = 31$

Logo, em 31 meses atinge os 70% do volume mensal.

Letra D

QUESTÃO 33

Analisando o enunciado, sendo x o raio da primeira semicircunferência e π.r o comprimento de uma semicircunferência, vemos que a razão entre os raios de cada semicircunferência é x também, com isso, temos:

$a_1 = \pi.x$

$a_2 = \pi.2x$

...

$a_{200} = \pi.200x$

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{200} = \pi.x + \pi.2x + \cdots + \pi.200x$

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{200} = \pi x.(1 + 2 + \cdots + 200)$

$$S_{200} = \frac{(1+200).200}{2} = 20100$$

Logo, segue:

$\pi.x.20100 = 100500\pi$

$x = 5$

Letra Ⓐ

QUESTÃO 34

A partir das informações dadas, temos:

$a_1 = 7,04$

$a_2 = 7,055$

$a_3 = 7,07$

...

$a_n = 7,22$

$r = 0,015$

$7,22 = 7,04 + (n-1).0,015$

$$\frac{0,18}{0,015} = n - 1$$

$n = 13$

Letra Ⓐ

QUESTÃO 35

Já que há oito filas e a razão é de 4 cadeiras, temos:

$$S_8 = \frac{(a_1 + a_8).8}{2}$$

$a_8 = 10 + 7.4 = 38$

$S_8 = (10 + 38).4 = 192$

Logo, o total de cadeiras foi 192.

Letra Ⓑ
