# 5

# RESOLUÇÕES

## FUNÇÃO

## QUESTÃO 01

Seja f a parte fixa do salário de Carlos. Logo, para o mês de abril, temos:

$1179 = 0,02 \cdot 9450 + f \Leftrightarrow f = \text{R\$ } 990,00.$

Se v é o valor das vendas de Carlos em maio, então:

$1215 = 0,02 \cdot v + 990 \Leftrightarrow v = \text{R\$ } 11.250,00.$

Portanto, segue que $v \in \left]11220,\ 11260\right[$.

Letra B

## QUESTÃO 02

A partir da tabela dada, temos:

$(6,\ 18) \Rightarrow 6a + b = 18$

$(60,\ 36) \Rightarrow 60a + b = 36$

$$\begin{cases} 6a + b = 18 \\ 60a + b = 36 \end{cases} \Rightarrow 54a = 18$$

$$a = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 16$$

$$y = \frac{1}{3}x + 16$$

$y =$ temperatura em °C

$x =$ temperatura em °O

Com isso, quando a temperatura for 100°C, em Otavius será:

$$100 = \frac{1}{3}x + 16 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 84 \Rightarrow x = 252\ °O$$

Letra C

## QUESTÃO 03

O valor total gasto com os diaristas, em reais, é $(X - 1) \cdot 80 \cdot 2 = 160X - 160$. Logo, como o gerente recebe R$ 1.000,00, a resposta é:

$Y = (160X - 160) + 1000$

$Y = 160X + 840$

Letra D

## QUESTÃO 04

Tomando 1980 como sendo o ano $x = 0$ e 1985 como sendo o ano $x = 5$, segue que a taxa de variação do número de médicos é dada por:

$$a = \frac{162 - 137}{5 - 0} = 5$$

Desse modo, a lei da função, f, que exprime o número de médicos x anos após 1980 (considerando que em 1980 seja x = 0) é igual a $f(x) = 5x + 137$.

Em consequência, para o ano de 2040, a resposta é:

$f(60) = 5 \cdot 60 + 137 = 437.$

Letra C

## QUESTÃO 05

Sabendo que $y = ax + b$ e conhecendo os pontos $P_1(1,\ 1)$ e $P_2(3,\ 2)$, temos:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 1}{3 - 1} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{x}{2} + b \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} + b \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

Assim: $y = \frac{1}{2}(x + 1)$

$$\text{Obs.: } 6^{\underline{o}} \text{ mês} \Rightarrow y - 0,21\text{kg}$$

$$y = \frac{1}{2}(6 + 1) = \frac{7}{2} = 3,5 \Rightarrow 3,5 - 0,21 = 3,29 \text{ kg}$$

Portanto, no 6° mês, o valor dessa massa registrada é igual a 3,29 kg.

Letra E

## QUESTÃO 06

É fácil ver que A teve um decrescimento, enquanto que B e C tiveram um crescimento. Além disso, de 2013 para 2014, o crescimento de B foi de 100 milhares de reais e o crescimento de C foi de 200 milhares de reais. Portanto, C teve um crescimento maior do que o de B.

Letra B

## QUESTÃO 07

✓ Determinando a lei de formação da função para valores de x tal que: $0 \leq x \leq 2$.

- A reta para este intervalo é da forma $y = ax$, onde a será dado por $a = \frac{k-0}{2-0}$ e $y = \frac{k}{2} \cdot x$

✓ Determinando a lei de formação função para $2 < x \leq 5$.

- Teremos que ela será dada por $y = k$ (constante).

Logo, a lei de formação da função será dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{2}x, & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ k, & \text{se } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

Letra A

## QUESTÃO 08

Seja $p: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por $p(t) = at + b$, em que $p(t)$ é a porcentagem relativa à capacidade máxima do reservatório após t meses. Logo, tomando os pontos $(6,\ 10)$ e $(1,\ 30)$, segue que a taxa de variação é dada por: $a = \frac{10-30}{6-1} = -4$.

Em consequência, vem:

$p(1) = 30 \Leftrightarrow -4 \cdot 1 + b = 30 \Leftrightarrow b = 34.$

Portanto, temos $-4t + 34 = 0$, implicando em $t = 8,5$.

Logo, a resposta é $8,5 - 6 = 2,5$ meses, ou seja, 2 meses e meio.

Letra A

## QUESTÃO 09

Considerando como $x'$ a porção de madeira chamuscada e y o tempo em segundos, pode-se escrever:

$y = ax'$, em que, encontra-se a da seguinte maneira:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15 - 3}{2,5 - 0,5} \to a = 6$$

$y = 6x$

Logo, para queimar totalmente o palito de fósforo:

$x' = 10,5$ cm

$y = 6 \cdot 10,5$

$y = 63$ segundos $= 1$ min e $3$ segundos

Letra C

## QUESTÃO 10

De acordo com os conjuntos, temos $P(1) = 6$ e $P(100) = 105$. Com isso, temos então o seguinte sistema:

$$\begin{cases} a + b = 6 \\ 100a + b = 105 \end{cases}$$

Logo, resolvendo o sistema, segue que a = 1 e b = 5. Portanto, a média aritmética entre a e b é igual a:

$m = \frac{1+5}{2} = 3.$

Letra D

## QUESTÃO 11

A partir da tabela apresentada, analisando Janeiro e Fevereiro, podemos encontrar o coeficiente angular (a) da equação:

| jan | fev |
|---|---|
| 29 | 30 |
| 980 | 1000 |

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1000 - 980}{30 - 29} = 20$$

Portanto, serão 20 bolas, pois esse valor é o de a na equação.

Letra C

## QUESTÃO 12

Seja $p(t) = at + b$ a lei da função $p$.

Como $p(0) = 7$, segue que $b = 7$. Além disso, temos que a taxa de variação da função $p$ é dada por:

$$a = \frac{8 - 7}{13 - 0} = \frac{1}{13}.$$

Desse modo, a população mundial será igual a $10$ bilhões quando $p(t) = 10$, ou seja, $10 = \frac{1}{13}t + 7 \Leftrightarrow t = 39$.

Supondo que "outubro último" corresponda a outubro de $2011$, segue que a população mundial atingirá $10$ bilhões em $2011 + 39 = 2050$.

Portanto, a equação é: $p(t) = \frac{1}{13}t + 7$ e a população atinge 10 bilhões em 2050.

Letra C

## QUESTÃO 13

O ponteiro das horas percorre 30° em 1 hora.

O ponteiro dos minutos percorre 360° em 1 hora,

Considerando $S_m$ e $S_h$ o deslocamento, em graus, dos ponteiros das horas e dos minutos, respectivamente, a partir das 13h no tempo t em horas, temos:

$S_m = S_h$

$360° \cdot t = 30° + 30° \cdot t$

$330° \cdot t = 30°$

$t = \left(\frac{1}{11}\right) h = \left(\frac{60}{11}\right) \text{ min u tos} = 5\frac{5}{11} \text{ min u tos}$

Letra C

## QUESTÃO 14

Seja $c: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ a função definida por $c(n) = a \cdot n + b$, em que $c(n)$ é o custo total para produzir $n$ cópias, $a \cdot n$ é o custo variável e b é o custo fixo.

O custo a de uma cópia é tal que

$$a = \frac{21000 - 19200}{50000 - 20000} = \text{R\$ } 0,06.$$

Letra A

## QUESTÃO 15

Admitido um crescimento constante, temos uma função de primeiro grau dada por:

$y = ax + b$, onde $a = 4300$ (taxa constante) e $b = 880605 - 2 \cdot 4300 = 872005$.

Logo, $y = 4300x + 872005$.

Letra C

## QUESTÃO 16

Na função $V = \alpha \cdot T + \beta$, $\alpha$ é a taxa de variação e $\beta$ é o valor inicial.

Portanto, $PV = nRT \Leftrightarrow V = \frac{nR}{P} \cdot T \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \alpha = \frac{nR}{P} \\ \beta = 0 \end{array} \right.$.

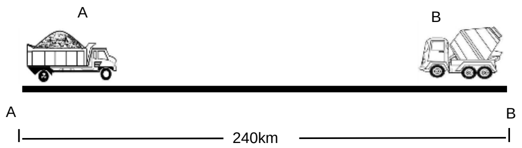
Letra E

## QUESTÃO 17

A partir do gráfico e sabendo que o número de favelas em 2010 é de 968, temos que a variação entre 2004 e 2010 equivale a 968 - 750 = 218. Logo, em 2016 teremos: 968 + 218 = 1.186 favelas.

Letra C

## QUESTÃO 18




Adotando o referencial em A.

Distância entre as cidades = 6.40 = 240 km

Função do caminhão A: S = 40.t

Função do caminhão B: S = 240 – 60(t – 2)

Igualando as funções, temos:

40t = 240 – 60t + 120 ⇔ t = 3.6h = 3 horas e 36 minutos.

Letra D

## QUESTÃO 19

Sejam $C_c$ o custo da ligação na companhia telefônica e $C_i$ o custo pela internet. Temos:

$C_c = \frac{0{,}95x}{60}$ e $C_i = \frac{0{,}05x}{60} + 0,1$

Onde x é a duração da ligação em segundos.

$$C_c < C_i \quad \Rightarrow \quad \frac{0,95x}{60} < \frac{0,05x}{60} + 0,1$$

$95x < 5x + 600 \quad \Rightarrow \quad x < \frac{20}{3} \cong 6,67.$

Letra A

## QUESTÃO 20

Seja A a origem do sistema de eixos cartesianos usual. Assim, temos $B = (12,\ 0)$, $D = (0,\ 8)$ e, portanto, segue que a equação da reta $\overleftrightarrow{AC}$ é $y = \frac{2}{3}x$.

Em consequência, para $0 \leq x \leq 12$, vem

$$A(x) = \overline{AP}.\overline{AD} - \frac{1}{2}.\overline{AP}.\overline{PF}$$

$$A(x) = x.8 - \frac{1}{2}.x.\frac{2}{3}.x$$

$$A(x) = -\frac{x^2}{3} + 8x$$

Letra D

## QUESTÃO 21

Sabendo que $h(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 6t$, para encontrar a altura máxima, deve-se calcular $h_{máx}$ $(Y_{vértice})$, com isso, segue:

$$h_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{6^2 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot 0}{4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)} = -\frac{6^2}{-3} = \frac{36}{3}$$

$$h_{máx} = 12$$

Letra E

## QUESTÃO 22

Sabendo que $C = 6t - \frac{1}{4}t^2$, para encontrar o tempo necessário para o medicamento atinja o nível máximo de concentração no sangue, deve-se calcular $t_v$ $(X_{vértice})$, com isso, segue:

$$t_{máx} = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12 \text{ horas}$$

Letra D

## QUESTÃO 23

Sendo Q a função que expressa a quantidade diária (y = 90 – 20p) e P o preço do picolé, a receita é dada por:

$$R(p) = y \cdot p$$

$$R(p) = (90 - 20p) \cdot p$$

Fazendo $R(p) = 0$, temos:

$90 - 20p = 0 \therefore p = \frac{9}{2}$ ou $p = 0$.

Assim,

$$P = \frac{\frac{9}{2} + 0}{2}$$

$$P = \frac{9}{4}$$

$$P = 2,25$$

Contudo, sabendo R(P) = -20P² + 90P, para encontrar o preço do picolé que faz com que a receita seja máxima, pode-se encontrar o Pv (ou o conhecido Xv), sendo assim, segue:

$$P_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{90}{2.(-20)} = \frac{90}{40} = 2,25$$

Letra A

## QUESTÃO 24

Completando a tabela para x meses, temos:

| Número de meses | Preço do pacote | Número de pacotes |
|---|---|---|
| 1 | $2000 - 100 \cdot 1$ | $50 + 10 \cdot 1$ |
| 2 | $2000 - 100 \cdot 2$ | $50 + 10 \cdot 2$ |
| 3 | $2000 - 100 \cdot 3$ | $50 + 10 \cdot 3$ |
| ... | ... | ... |
| x | $2000 - 100 \cdot x$ | $50 + 10 \cdot x$ |

Portanto, a equação que determina o mês de faturamento de R$ 136.000,00, é

$$(2000 - 100 \cdot x) \cdot (50 + 10 \cdot x) = 136000$$

$$100000 + 20000x - 5000x - 1000x^2 = 136000$$

$$100 + 20 \cdot x - 5 \cdot x - x^2 = 136$$

$$-x^2 + 15x + 100 = 136.$$

Letra D

## QUESTÃO 25

Tem-se que $y = -(x-3)(x+3)$, em que as raízes são $-3$ e $3$. Ademais, a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto $(0,\ 9)$. Com isso, já que a área sob uma parábola como esta é igual a 2/3 da área do retângulo cujas dimensões são iguais à base e à altura da entrada do túnel, a resposta é dada por:

$$\frac{2}{3} \cdot (3 - (-3)) \cdot 9 = 36 \text{ m}^2.$$

Letra C

## QUESTÃO 26

Admitindo que x seja o número de carros vendidos e y o valor do salário do vendedor, temos a seguinte função:

$$y = 1000 + 150000 \cdot x \cdot (0,001 + 0,0002 \cdot x)$$

$$y = 1000 + 150x + 30x^2$$

Portanto uma função quadrática e seu gráfico é uma parábola. Portanto a melhor opção é a [D].

Letra D

## QUESTÃO 27

O lucro da indústria é expresso por uma função do segundo grau. O lucro máximo é dado pela ordenada do vértice, isto é:

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(b^2-4ac)}{4a}, \text{ onde: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 10 \\ c = 11 \end{cases}$$

Logo, temos:

$$L_{máx} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-\left(10^2 - 4(-1)(11)\right)}{4(-1)} = \frac{144}{4} = 36$$

Letra B

## QUESTÃO 28

Considerando que na figura a bola atinge o ponto mais alto quando está a $3,5\text{m}$ do eixo $y$. Isto nos permite escrever que o $x$ do vértice é $3,5$.

Portanto, na função $y = ax^2 + bx + c$, o valor do $x$ do vértice será dado por: $-\frac{b}{2a} = 3,5 \quad \Rightarrow \quad b = -7a$

O valor de $c$ é justamente a ordenada do ponto onde a reta intercepta o eixo $y$, portanto $c = 2$.

Temos então a função do segundo grau descrita por:

$y = ax^2 - 7ax + 2$

É possível também observar na figura que o ponto $(4,6;\ 3)$ pertence ao gráfico desta parábola, logo:

$3 = a \cdot (4,6)^2 - 7a \cdot (4,6) + 2$

$3 = 21,16a - 32,2a + 2$

$1 = -11,4a$

$a = \dfrac{-1}{11,04} \quad \text{e} \quad b = \dfrac{-7}{11,04}$

Portanto, $y = \frac{-x^2}{11,04} + \frac{7x}{11,04} + 2$

Observação: quando determinamos que $b = -7a$, poderíamos ter assinalado diretamente a resposta, pois a única alternativa em que $b = -7a$ é a [A].

Letra A

## QUESTÃO 29

Como $V(t) = -\frac{1}{43200}t^2 + 3$, esvaziará quando V(t) = 0, sendo assim, temos:

$0 = -\dfrac{1}{43200} \cdot t^2 + 3$

$t^2 = 129600$

$t = 360\text{min}$

Contudo, como t<0 não convém, logo, t = 360 = 6h.

Letra D

## QUESTÃO 30

Sabemos que

$2x + y = 80 \quad \Leftrightarrow \quad y = -2 \cdot (x - 40).$

Podemos dividir a pipa em um retângulo de base x e altura $\frac{y}{4}$, e um triângulo de base x e altura $\frac{3y}{4}$. Assim sendo, temos que a área da pipa, em cm², é dada por:

$$A = x.\frac{y}{4} + \frac{1}{2}.x.\frac{3y}{4} = \frac{5}{8}.x.y$$

$$A = -\frac{5}{4}.x.(x - 40) = -\frac{5}{4}x^2 + 50$$

Ou, pela forma canônica, temos:

$A = 500 - \dfrac{5}{4}.(x - 20)^2$

Portanto, a pipa de área máxima que pode ser construída é obtida quando x = 20 cm, e sua medida é de 500 cm² (pela forma canônica) ou também pode realizar $A_v = \frac{-\Delta}{4a}$, que resultaria em 500 cm² novamente.

Letra D

## QUESTÃO 31

Como y = - 4x² + 8x, as raízes dessa função são 0 e 2. Com isso, a altura máxima é calculada com o Xv, ou direto pelo Yv. Contudo, por Xv, temos:

$Xv = -\dfrac{b}{2a}$

$Xv = 1$

Logo, segue:

$Yv = -4.1^2 + 8.1 = 4\text{m}$

Sendo assim, para a quarta parábola:

$Yv = \left(\dfrac{3}{4}\right)^3.4 = \left(\dfrac{27}{16}\right)$

Porém, como as distâncias entre os pontos onde a bolinha toca o solo são as mesmas, então as raízes da quarta parábola são 6 e 8, dessa maneira, vem:

$Xv = \dfrac{6+8}{2} = 7$

$f(x) = a(x - x')(x - x")$

Assim, para Xv $=$ 7 e Yv $= \frac{27}{16}$, substituindo o vértice em f(x) na forma fatorada para encontrar a, obtemos:

$\dfrac{27}{16} = a(7-6)(7-8)$

$a = -\dfrac{27}{16}$

Portanto, $y = -\left(\frac{27}{16}\right)(x-6)(x-8).$

Letra C

## QUESTÃO 32

Como a função f(x) é do 2° grau, logo o ponto máximo (altura máxima) será dada pela coordenada y do vértice da função, com isso, segue:

$$Yv = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$

$$Yv = \frac{-\left(\left(\frac{1}{5}\right)^2 - 4.\left(-\frac{1}{200}\right).0\right)}{4.\left(-\frac{1}{200}\right)} = \frac{\frac{1}{25}}{\frac{4}{200}} = 2\text{ km}$$

Ademais, quanto ao alcance, precisa-se encontrar as raízes da função, sendo assim, temos:

$-\left(\dfrac{1}{200}\right)x^2 + \left(\dfrac{1}{5}\right)x = 0$

$\dfrac{1}{5}x.\left(-\dfrac{1}{40}x + 1\right) = 0$

$\dfrac{1}{5}x = 0 \quad \text{ou} \quad -\dfrac{1}{40}x + 1 = 0$

$x' = 0 \quad \text{e} \quad x" = 40$

Com isso, o alcance do projetil vale 40 km.

Letra A

## QUESTÃO 33

A partir do enunciado, temos que $h = \frac{3d}{8}$, sendo assim, criemos as seguintes equações:

I) Para $x = \frac{d}{4} \rightarrow y = \frac{h}{2}$

$$\left(\frac{h}{2}\right) = a\left(\frac{d}{4}\right)^2 + b\left(\frac{d}{4}\right) + \left(\frac{3d}{8}\right)$$
$$8h = ad^2 + 4bd + 6d$$

II) Para $x = \left(\frac{d}{2}\right) \rightarrow y = 2$

$$2 = a\left(\frac{d}{2}\right)^2 + b\left(\frac{d}{2}\right) + \frac{3d}{8}$$
$$16 = 2ad^2 + 4bd + 3d^2$$

III) $Xv = -\frac{b}{2a} = \frac{d}{2}$

Obs.: $b = -ad$

IV) $Yv = -\frac{\Delta}{4a}$

$$2 = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a}$$
$$4ac - b^2 = 8a;$$

De IV), vem:

$$-b^2 = 8a - 4ac$$
$$b^2 = 4ac - 8a$$
$$a^2d^2 = 4ac - 8a$$
$$a(ad^2) = 4ac - 8a$$
$$ad^2 = 4c - 8$$

Fazendo I - II, vem: $8h - 16 = -ad^2 + 3d$

Substituindo ad² achado na relação anterior:

$$8h - 16 = -4c + 8 + 3d$$
$$8h = -4c + 24 + 3d$$
$$8h = -4\left(\frac{3d}{8}\right) + 24 + 3d$$
$$8h = -\frac{12d}{8} + 24 + 3d$$
$$64h = -12d + 192 + 24d$$
$$64h = 12d + 192$$
$$h = \frac{3d + 48}{16}$$

Finalmente, substituindo na relação dada pelo exercício:

$$h = \frac{3d}{8}$$
$$\frac{3d + 48}{16} = \frac{3d}{8}$$

Com isso, resolvendo essa equação, temos que $d = 16$.

Letra Ⓑ

## QUESTÃO 34

A área total do galinheiro é obtida multiplicando suas dimensões, assim, temos:

$A = X(180 - 2X) = 180X - 2X^2$

Com isso, querendo encontrar o valor de X que faz com que a área seja máxima, deve-se fazer Xv, dessa maneira, segue: $Xv = -\frac{b}{2a} = \frac{-90}{-2} = 45m$

A medida de X que gera a área máxima é de X = 45 m.

Letra Ⓑ

## QUESTÃO 35

Sendo $S(t) = -\left(\frac{1}{2}\right).a.t^2 - vt + 100$, segue:

- $t = 0$

$S(0) = 100$

- $t = 1$

$$S(1) = -\left(\frac{1}{2}\right).a.1^2 - v.1 + 100$$
$$S(1) = -\frac{a}{2} - v + 100$$

- $t = 2$

$$S(2) = -\left(\frac{1}{2}\right).a.2^2 - v.2 + 100$$
$$S(2) = -2a - 2v + 100$$

- $S(1) - S(0) = 30$

$$\left(-\frac{a}{2} - v + 100\right) - 100 = 30$$
$$-a - 2v = 60 \quad (I)$$

- $S(2) - S(1) = 25$

$$(-2a - 2v + 100) - \left(-\frac{a}{2} - v + 100\right) = 25$$
$$-3a - 2v = 50 \quad (II)$$

- $I - II$

$2a = 10 \rightarrow a = 5\frac{m}{s^2}$ e $v = -32,5\ \frac{m}{s}$

- $t = 3$

$$S(3) = -\left(\frac{1}{2}\right).5.3^2 + 32,5.3 + 100$$
$$S(3) = -22,5 + 97,5 + 100 = 175$$
$$S(2) = -10 + 65 + 100 = 155$$

- $S(3) - S(2) = 20$
- $S(4) - S(3) = 15$
- $S(5) - S(4) = 10$

100 m (30 + 25 + 20 + 15 + 10 = 100 m) em 5 segundos.

Letra Ⓔ

## QUESTÃO 36

A partir do enunciado, temos que:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_8 = \log 2^1 + \log 2^2 + \cdots + \log 2^8$$
$$= \log 2 . 2^2 . \dots . 2^8$$
$$= \log 2^{1+2+\cdots+8}$$
$$= \log 2^{\frac{1+8}{2}.8}$$
$$= \log 2^{9.4}$$
$$= \log (2^4)^9$$
$$= 9\log(2^4)$$
$$= 9.x_4$$

Letra Ⓓ

## QUESTÃO 37

O único intervalo em que a resposta funcional f é simultaneamente menor do que as respostas funcionais g e h é $(C;\ E)$. De fato, pois $f(x) < g(x)$ e $f(x) < h(x)$ para todo $x \in (C;\ E)$.

Letra E

## QUESTÃO 38

As diferenças entre as ordenadas de dois pontos de abscissas consecutivas são:

$20 - 0 = 20,\ 35 - 20 = 15,\ 40 - 35 = 5,\ 55 - 40 = 15,\ 75 - 55 = 20,\ 85 - 75 = 10,\ 105 - 85 = 20$ e $120 - 105 = 15$.

Em consequência, como as potências das lâmpadas são distintas, só pode ser

$1 \to 4 \to 5 \to 4 \to 1 \to 6 \to 1 \to 4$.

Letra A

## QUESTÃO 39

Considere a tabela, em que estão representadas as vendas na última semana.

| | S | T | Q | Q | S | S | D | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Refrigerante | 4 | 4 | 5 | 8 | 8 | 8 | 7 | 44 |
| Caldo | 3 | 1 | 2 | 4 | 7 | 7 | 4 | 28 |
| Total | 7 | 5 | 7 | 12 | 15 | 15 | 11 | 72 |

Portanto, as vendas de pastéis totalizarão 72 unidades na próxima semana.

Como ele vendeu $2 + 4 + 4 + 7 + 8 + 10 + 10 = 45$ pastéis na última semana, a resposta é $72 - 45 = 27$.

Letra B

## QUESTÃO 40

A partir das funções dadas no enunciado e diante do que se pede, segue:

$\frac{C}{2} = C\left(\frac{t}{T_m}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{t}{T_m}\right)^2 \Rightarrow t = \frac{T_m \cdot \sqrt{2}}{2}$ para $t < T_m$.

$\frac{C}{2} = C2^{T_m}2^{-t} \Rightarrow \frac{1}{2} = 2^{T_m}2^{-t} \Rightarrow 2^{-1} = 2^{T_M - t}$

$-1 = T_M - t \Rightarrow t = 1 + T_M$ para $t \geq T_m$.

Letra D

## QUESTÃO 41

A partir do enunciado, tem-se que:

$8 = 10 - \log n \Leftrightarrow n = 100$.

Portanto, a resposta é $\frac{1}{100} \cdot 100\% = 1\%$.

Letra C

## QUESTÃO 42

$M_S = 3,3 + \log(2000.\,0,2)$

$M_S = 3,3 + \log(2^2.\,10^2)$

$M_S = 3,3 + \log(2)^2 + \log(10)^2$

$M_S = 3,3 + 2.\log(2) + 2.\log(10)$

$M_S \cong 3,3 + 0,6 + 2 \cong 5,9$

Com isso, podemos concluir que o terremoto ocorrido pode ser descrito como Moderado.

Letra C

## QUESTÃO 43

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem $Q(t) = 50\ \frac{g}{L}$. Logo, vem

$50 = 100 \times 5^{-0,3t} \Leftrightarrow 5^{-0,3t-1} = 10^{-1}$

$\log 5^{-0,3t-1} = \log 10^{-1}$

$(-0,3t - 1) \cdot \log 5 = -\log 10$

$(0,3t + 1) \cdot 0,7 \cong 1 \Leftrightarrow 0,3t \cong \frac{1}{0,7} - 1 \Leftrightarrow t \cong \frac{10}{7}$

$t \cong \left(1 + \frac{3}{7}\right)h \Leftrightarrow t \cong 1\,h$ e $25min$.

Letra D

## QUESTÃO 44

Sendo $x > 0$, temos

$$x^{\log_5 x} = \frac{x^4}{125} \Leftrightarrow \log_5 x^{\log_5 x} = \log_5 \frac{x^4}{5^3}$$
$$\Leftrightarrow \log_5 x \cdot \log_5 x = \log_5 x^4 - \log_5 5^3$$
$$\Leftrightarrow \log_5^2 x - 4 \cdot \log_5 x + 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow (\log_5 x - 1) \cdot (\log_5 x - 3) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = 125.$$

Portanto, $a = 5$ e $b = 125$ e $\frac{1}{2} \cdot (125 - 5) = 60$.

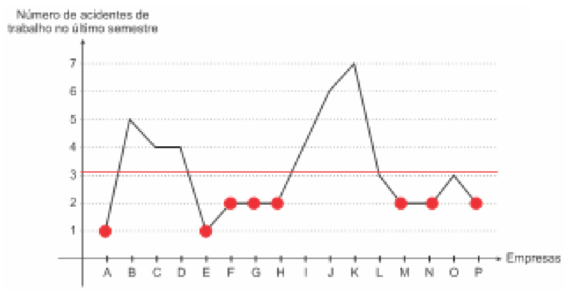
Letra C

## QUESTÃO 45

$$\frac{\log_b a \,.\, \log_a c}{\log_c b} = \frac{\frac{1}{\log_a b} . \log_a c}{\frac{1}{\log_b c}} = \log_b c \,.\, \log_b c = k^2$$

Letra E

## QUESTÃO 46




Os pontos destacados no gráfico indicam que oito empresas tiveram menos de 3 acidentes de trabalho no último semestre, como foram consultadas 16 empresas concluímos que a opção correta é a [C].

Letra C

## QUESTÃO 47

$y = 9x + 1$

$\begin{cases} x = \log_b(t) \\ y = \log_b(N) \end{cases}$

$\log_b(N) = 9 \cdot \log_b(t) + 1$

$\log_b(N) = \log_b(t^9) + \log_b(b)$

$\log_b(N) = \log_b(b \cdot t^9)$

$N = b \cdot t^9$

Mas, segundo o enunciado, $N = t^9 10^{-15}$. Dessa maneira, igualando as equações de N, temos: $b = 10^{-15}$

Letra E

## QUESTÃO 48

Para uma magnitude (M) de 8,2, temos:

$\log E = 11,8 + 1,5 \cdot 8,2 \Leftrightarrow \log E = 24,1$

Logo, $E = 10^{24,1} \cong 10^{24}$.

Letra D

## QUESTÃO 49

Redesenhando o gráfico B de acordo com os volumes da coluna da esquerda, percebe-se que ambos têm a exata mesma quantidade de água no mesmo instante apenas entre 8h e 9h.

Letra A

## QUESTÃO 50

Lembrando que o gráfico de uma função que cresce de forma linear é uma função afim, em que o gráfico é uma reta, além disso, a função exponencial simples crescente possui concavidade voltada para cima. Dessa maneira, podemos concluir que o único gráfico que apresenta as características descritas é o da alternativa [D].

Letra D

## QUESTÃO 51

Sabendo que a base deste logaritmo é dez, então:

$-\log\ [H^+] = 5 \Rightarrow \log_{10}\ [H^+] = -5 \Rightarrow H^+ = 10^{-5}$

Letra B

## QUESTÃO 52

Para saber em quantos anos a população triplicará, temos:

$P(t) = 3P(0)$

$P(0) = 250 \cdot (1,2)^{\frac{0}{5}} \Rightarrow P(0) = 250$

Logo: $P(t) = 3P(0) \Rightarrow\ \ 250 \cdot (1,2)^{\frac{t}{5}} = 3 \times 250$

$(1,2)^{\frac{t}{5}} = 3$

Aplicando logaritmos, temos: $\log(1,2)^{\frac{t}{5}} = \log 3$

$\frac{t}{5}\log\left(\frac{12}{10}\right) = \log 3 \Rightarrow \frac{t}{5}(\log 12 - \log 10) = \log 3$

$\frac{t}{5}(2\log 2 + \log 3 - \log 10) = \log 3$

$\frac{t}{5}(2 \times (0,3) + 0,48 - 1) = 0,48$

$\frac{t}{5}(0,08) = 0,48 \Rightarrow t = 30 \text{ anos}$

Letra E

## QUESTÃO 53

Para $t = 0 \Rightarrow V(0) = 1000 \cdot 2^{0,0625 \cdot (0)} = 1000$

Logo, dobrará quando V(t) = 2000, sendo assim, temos:

$2000 = 1000 \cdot 2^{0,0625 \cdot (t)}$

$2^{0,0625 \cdot (t)} = 2$

$0,0625 \cdot (t) = 1$

$t = 16$

Portanto, o tempo necessário para que o valor inicial dobre é de 16 anos.

Letra C

## QUESTÃO 54

Se $\log E = 15,3$, então, segue que $E = 10^{15,3}$.

Com isso, n = 15, logo, $10^{14,5} \leq 10^{15,3} \leq 10^{15,5}$, a ordem de grandeza será $10^{15}$.

Letra B

## QUESTÃO 55

Como $\ell n\ (7,4) \cong 2$, então $e^2 \cong 7,4$, além disso, segue que $V(10) = 112000$.

Dessa forma, temos:

$C.\, e^{-0,2 \cdot 10} + 31.000 = 112000$

$C.\, e^{-2} = 81000$

$\frac{C}{e^2} = 81000$

$C = 81000.\, e^2$

$C \cong 599400.$

Portanto, $V(0) = 599400 + 31000 = \text{R\$ } 630.400,00.$

Letra B

## QUESTÃO 56

Sendo V o valor do carro quando o mesmo era $0$ km.

Do enunciado, temos:

$0,35V = V \cdot (1 - 0,1)^n$

$0,35 = 0,9^n$

$\ln 0,9^n = \ln 0,35$

$n \cdot \ln 0,9 = \ln 0,35$

Da tabela, $\ln\ 0,9 = -0,105$ e $\ln\ 0,35 = -1,050$

Assim,

$n \cdot (-0,105) = -1,050$

$n = 10$

Letra D

## QUESTÃO 57

Queremos calcular o valor de t para o qual se tem $D(t) = 2 \cdot D(0)$. Portanto, temos

$2 \cdot D(0) = D(0) \cdot e^{0,006 \cdot t}$

$\ell n\ 2 = \ell n\ e^{0,006 \cdot t}$

$0,006t \cong 0,69 \Rightarrow t \cong 115.$

Letra B

### QUESTÃO 58

Como $V(t) = V_0 \cdot 2^{-t}$ e deseja-se o tempo para que o volume escoado seja 10% do volume inicial contido no caminhão, temos:

$0,1 \cdot V_0 = V_0 \cdot 2^{-t}$

$0,1 = 2^{-t}$

Aplicando logaritmo na base 10 nos dois membros da igualdade, temos:

$\log 0,1 = \log 2^{-t}$

$-1 = -t \cdot \log 2$

$-1 = -t \cdot 0,3$

$t = 3,3333333...$

Utilizando uma casa decimal, como foi pedido no enunciado encontramos o seguinte valor para t.

$t = 3,3\text{h} = 3\text{h}$ e $(0,3 \cdot 60)$ min = 3h e 18min

Letra C

### QUESTÃO 59

Temos que $N = N_0 e^{kt}$, contudo, como havia 5000 bactérias inicialmente, logo, $N_0 = 5000$, com isso, já que havia 8000 bactérias após 10 minutos, segue:

$$8000 = 5000 \cdot e^{k \cdot t} \Rightarrow e^{10k} = \frac{8}{5}$$

$$\ln(e)^{10k} = \ln\left(\frac{8}{5}\right) \Rightarrow 10k = \ln 2^3 - \ln 5$$

$$k = \frac{2,07 - 1,61}{10} = 0,046$$

Com isso, para saber o tempo necessário para que as bactérias dobrem de quantidade, vem:

$1000 = 500 \cdot e^{0,046.t} \Rightarrow 2 = e^{0,046.t}$

$\ln 2 = \ln(e)^{0,046.t}$

$0,69 = 0,046.t.(\ln e)$

$0,69 = 0,046.t$

$$t = \frac{0,69}{0,046} = 15$$

Portanto, t = 15 minutos.

Letra C

### QUESTÃO 60

Como a igualdade é válida quando A = 4 e B = r, então, o número r é tal que:

$\log(4 + r) = \log 4 + \log r$

$\log(4 + r) = \log 4r$

$4 + r = 4r$

$$r = \frac{4}{3} \cong 1,33.$$

Portanto, $r \in ]1,3;\ 1,4]$.

Letra D

### QUESTÃO 61

A partir das informações dadas, o cálculo feito pelo estudante foi:

Elemento com o menor número atômico: Hidrogênio (1)

Elemento com a maior eletronegatividade: Flúor (9)

Elemento cujo nº atômico seja um nº primo par: He (2)

$\log(1+9)^2 = \log 100 = \log 10^2 = 2.\log 10 = 2$

Logo, como resultou em 2, o resultado final corresponde ao Hélio, ou seja, um gás nobre.

Letra A

### QUESTÃO 62

Valor inicial é $5 \cdot e^{-\frac{0}{2}} = 5$

Reduzindo à metade temos:

$$5 \cdot e^{-\frac{t}{2}} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \ell n\, e^{-\frac{t}{2}} = \ell n\, \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-t}{2} \ell n\, e = \ell n\, 1 - \ell n\, 2 \Leftrightarrow \frac{-t}{2} = -\ell n\, 2$$

$\Leftrightarrow t = \ell n\, 2^2 \Leftrightarrow t = \ell n\, 4$ milissegundo.

Letra B

### QUESTÃO 63

Sabendo que P = (100 - a).b$^t$ + a, se $P = 28\%$, então, segue:

$$28 = (100 - 20) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t + 20$$

$$2^{-t} = \frac{8}{80} \Leftrightarrow 2^{-t} = 10^{-1} \Leftrightarrow \log_2 2^{-t} = \log_2 10^{-1}$$

$-t = -\log_2 10 \Leftrightarrow t = \log_2 10.$

Mas, temos a seguinte desigualdade:

$\log_2 8 < \log_2 10 < \log_2 16$

$\log_2 2^3 < \log_2 10 < \log_2 2^4$

$3 < t < 4.$

Portanto, o tempo necessário para que o percentual se reduza a 28% está entre 3 e 4 semanas.

Letra C

### QUESTÃO 64

Seja $M: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ a função cuja lei é $M(t) = M_0 \cdot (0,6)^t$ em que $M(t)$ é a memória que resta no computador $t$ minutos após o início da infecção.

Após um dia, ou seja, 1440 minutos, da ativação do vírus, a memória íntegra será igual a

$M(1440) = M_0 \cdot 0,6^{1440} \cong 0.$

Portanto, após um dia, aproximadamente 100% da memória do computador terá sido destruída.

Letra E

### QUESTÃO 65

O número de bactérias $N(t)$, em função do tempo $t$, em horas, pode ser modelado por uma função do tipo $N(t) = N_0 \cdot 2^{-t}$, com $N_0$ sendo a população inicial. A função N é exponencial.

Letra E

### QUESTÃO 66

Como a quantidade dobra a cada 1,5 h, temos:

$$q(t) = q_0 \cdot k^t \quad \Rightarrow \quad q\left(\frac{3}{2}\right) = q_0 \cdot k^{\frac{3}{2}}$$

$$2 \cdot q_0 = q_0 \cdot k^{\frac{3}{2}} \quad \Rightarrow \quad 2 = k^{\frac{3}{2}}$$

$$k = \sqrt[3]{4}$$

Logo, $q(t) = \sqrt[3]{4^t} q_0$.

Letra E

### QUESTÃO 67

Como P = 6 + 6.(36)$^n$, o valor de n, para que 7782 pessoas conheçam esse produto, é igual a:

$$7782 = 6 + 6.36^n \quad \Leftrightarrow \quad \frac{7782 - 6}{6} = 36^n$$

$$1296 = 36^n$$

$$36^2 = 36^n$$

$$n = 2$$

Letra B

### QUESTÃO 68

Utilizando o método de Bode, temos:

$$n = 9 \quad \rightarrow \quad \frac{3.2^7 + 4}{10} = \frac{388}{10} = 38,8$$

Sendo assim, a diferença entre a distância real e a distância pelo método é:

$$d = 30 - 38,8 = -8,8 \quad \rightarrow \quad |d| = 8,8$$

Com isso, o valor percentual |d|, em relação a 30 unidades astronômicas é, aproximadamente, igual a:

$$\frac{8,88}{30} = 0,293 \cong 29\%$$

Letra A

### QUESTÃO 69

Para encontrar o instante $t_{AB}$, deve-se igualar as duas leis dadas, dessa maneira, vem:

$$\frac{1}{8} - \frac{7}{8}.2^{-0,5t} = 2^{-t}$$

Se $2^{-0,5t} = y$, temos:

$$\frac{1}{8} - \frac{7}{8}y = y^2$$

$$y^2 + \frac{7}{8}y - \frac{1}{8} = 0 \qquad x8$$

$$8y^2 + 7y - 1 = 0$$

$$\Delta = 49 - 4.8.(-1) = 81$$

$$y' = \frac{-7 + 9}{2.8} = \frac{1}{8}$$

$$y'' = \frac{-7 - 9}{2.8} = -1$$

Porém, y = - 1 não convém, sendo assim, segue:

$$2^{-0,5t} = \frac{1}{8} \quad \rightarrow \quad 2^{-0,5t} = 2^{-3}$$

$$-0,5t = -3 \quad \rightarrow \quad t = 6$$

Portanto, o valor de $t_{AB}$ é 6, logo, é um divisor de 24.

Letra C

### QUESTÃO 70

Como cresce com uma taxa de 20% ao ano, então a expressão que representa essa produção é: $P = Po.1,2^n$

Contudo, para descobrir em quanto tempo triplicará a produção inicial, temos:

$$Po = 6\,000 \quad \rightarrow \quad P = 3.6000 = 18000$$

$$18\,000 = 6\,000.1,2^n \rightarrow 3 = 1,2^n$$

$$\log 3 = \log(1,2^n)$$

$$\log 3 = n.\log\left(\frac{2^2.3}{10}\right)$$

$$\log 3 = n.(2.\log 2 + \log 3 - \log 10)$$

$$\log 3 = n.(2.\log 2 + \log 3 - 1)$$

$$0,48 = n(0,6 + 0,48 - 1)$$

$$n = \frac{0,48}{0,08} = 6$$

Com isso, como n = 6 e 1996 é n = 0, então triplicará em 2002.

Letra E

### QUESTÃO 71

Como a capacidade inicial é $10^8$ e a cada 20 aumenta $10^{10}$ vezes a capacidade, sendo assim, podemos modelar a seguinte fórmula:

$$C(a) = 10^8.10^{\frac{a-2000}{2}} = 10^{\frac{a-1984}{2}}$$

$$\log C(a) = \log 10^{\frac{a-1984}{2}}$$

$$\log C(a) = \frac{a - 1984}{2}.\log 10$$

$$\log C(a) = \frac{a - 1984}{2}.1$$

$$a = 2.\log C(a) + 1984$$

$$a = \log C(a)^2 + 1984$$

Letra E

### QUESTÃO 72

Letra B

### QUESTÃO 73

Para encontrar a soma a + b + c, vem:

$$8^{ax^2+bx+c} = 4^{3x+5}.2^{5x^2-x+8}$$

$$(2^3)^{ax^2+bx+c} = (2^2)^{3x+5}.2^{5x^2-x+8}$$

$$2^{3ax^2+3bx+3c} = 2^{6x+10}.2^{5x^2-x+8}$$

$$2^{3ax^2+3bx+3c} = 2^{5x^2+5x+18}$$

$$3ax^2 + 3bx + 3c = 5x^2 + 5x + 18$$

A partir dessa igualdade, temos:

$$3ax^2 = 5x^2 \quad \rightarrow \quad 3a = 5 \quad \rightarrow \quad a = \frac{5}{3}$$

$$3bx = 5x \quad \rightarrow \quad 3b = 5 \quad \rightarrow \quad b = \frac{5}{3}$$

$$3c = 18 \quad \rightarrow \quad c = 6$$

Portanto, como se pede a + b + c, segue:

$$a + b + c = \frac{5}{3} + \frac{5}{3} + 6 = \frac{10}{3} + 6 = \frac{28}{3}$$

Letra C

## QUESTÃO 74

Para encontrar a solução de x, temos:

$$(0,25)^{2x} = \sqrt{32}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x} = 32^{\frac{1}{2}}$$

$$(2^{-2})^{2x} = (2^5)^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{-4x} = 2^{\frac{5}{2}}$$

$$-4x = \frac{5}{2}$$

$$x = -\frac{5}{8}$$

Logo, o conjunto-solução da equação é $\{-\frac{5}{8}\}$.

Letra A

## QUESTÃO 75

Para encontrar o valor de f(0), temos:

$$f(2+0) = f(2).f(0)$$

Porém, $f(2+0) = f(2) = 2$, com isso, segue:

$$f(2) = f(2).f(0) = 2.f(0) = 2$$

$$f(0) = 1$$

Letra C